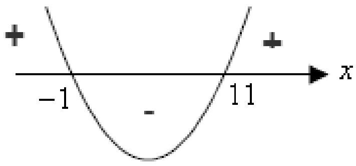
נתונות הפונקציות $g(x)=x^2+7x+12$

$p(x)=2x^2-3x+1$

א. יש למצוא עבור אילו ערכים של x **גרף הפונקציה** $p(x)$ **נמצא מעל גרף הפונקציה** $g(x)$ **.**

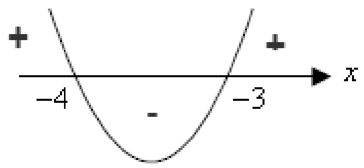
$$p(x)>g(x)$$
$$2x^2-3x+1>x^2+7x+12$$
$$x^2-10x-11>0$$
$$(x+1)(x-11)=0$$
$$x=-1,\ x=11$$



תשובה: $x>11$ **או** $x<-1$ **(על פי ציור הפרבולה הישרה משמאל)**

ב. נמצא עבור אילו ערכים של x **גרף הפונקציה** $h(x)=p(x)\cdot g(x)$ **נמצא מעל ציר ה-** x **.**

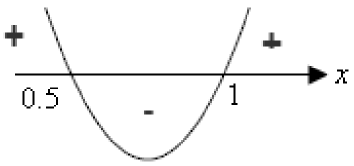
כלומר מתי $h(x)=p(x)\cdot g(x)$ **מקבלת ערכים חיוביים.**



$g(x)=x^2+7x+12=(x+3)(x+4)$ **,** **כאשר** $a=1$ **והפרבולה ישרה**

$0=(x+3)(x+4)\quad\rightarrow x=-3,\ x=-4$

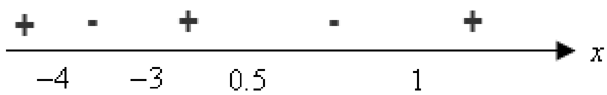
$p(x)=2x^2-3x+1$



$0=2x^2-3x+1$ **כאשר** $a=2$ **והפרבולה ישרה**

$x_{1,2}=\dfrac{3\pm1}{4}\quad\rightarrow x=1,\ x=0.5$

ובהתאם לפרבולות משמאל, נרשום את סימני $h(x)=p(x)\cdot g(x)$



תשובה: $x>1$ **או** $-3<x<0.5$ **או** $x<-4$

ג. (1) הישר $x=2$ **עובר ברביע הראשון והשני,**

כאשר על פי סעיף ב' $h(x)=p(x)\cdot g(x)>0$ **עבור** $x>1$ **ובפרט עבור** $x=2$ **.**

תשובה: הישר $x=2$ **חותך את** $h(x)=p(x)\cdot g(x)>0$ **ברביע הראשון.**

(2) נמצא עבור אילו ערכים של x **גרף הפונקציה** $h(x)=p(x)\cdot g(x)$ **נמצא ברביע השלישי (** $x<0$ **,** $y<0$ **).**

על פי סעיף ב' $y<0$ **, כלומר** $h(x)=p(x)\cdot g(x)<0$ **עבור** $0.5<x<1$ **או** $-4<x<-3$

כיוון שנדרש גם $x<0$ **הרי שהפתרון יהיה בתחום** $-4<x<-3$ **.**

תשובה: $-4<x<-3$

א. הסדרה מוגדרת לכל n טבעי על ידי כלל הנסיגה:

$$\begin{cases} a_1 = -3 \\ a_{n+1} = 5n - a_n + 2 \end{cases}$$

$$(n=1) \quad a_2 = 5\cdot 1 - a_1 + 2 = 5 - (-3) + 2 = 10 \quad \rightarrow \boxed{a_2 = 10}$$

$$(n=2) \quad a_3 = 5\cdot 2 - a_2 + 2 = 10 - 10 + 2 = 2 \quad \rightarrow \boxed{a_3 = 2}$$

$$(n=3) \quad a_4 = 5\cdot 3 - a_3 + 2 = 15 - 2 + 2 = 15 \quad \rightarrow \boxed{a_4 = 15}$$

תשובה: $a_2 = 10$ **,** $a_3 = 2$ **,** $a_4 = 15$

ב. יש להוכיח כי $a_{n+2} - a_n = 5$

נפעיל פעמיים את כלל הנסיגה:

$$a_{n+2} = 5(n+1) - a_{n+1} + 2$$
$$a_{n+2} = 5n + 5 - (5n - a_n + 2) + 2$$
$$a_{n+2} = 5n + 5 - 5n + a_n - 2 + 2$$
$$\boxed{a_{n+2} - a_n = 5}$$

הוכח

ג. המשמעות: ההפרש בין כל זוג איברים עם דילוג ביניהם, לא תלוי ב- n.

כלומר סדרת האיברים הזוגיים היא סדרה חשבונית עם $d = 5$ **ובה** $a_1 = 10$

וגם סדרת האיברים האי-זוגיים היא סדרה חשבונית עם $d = 5$ **ובה** $a_1 = -3$

נחשב את $a_{n+12} - a_n$**, כאשר נשים לב שבין שני איברים אלו יש מעבר של** 6 **איברים,**

בסדרת המקומות האי-זוגיים, או המקומות הזוגיים, שההפרש בהם הוא כאמור 5**.**

$$a_{n+12} - a_n = a_n + 6d_{\text{even/odd}} - a_n = 6\cdot 5 = 30$$

תשובה: $a_{n+12} - a_n = 30$

ד. נחשב את סכום 39 **האיברים הראשונים בסדרה.**

יש לחשב את סכום 20 **האיברים הראשונים במקומות האי-זוגיים בסדרה** $(a_1, a_3, a_5 \ \ldots \ a_{39})$

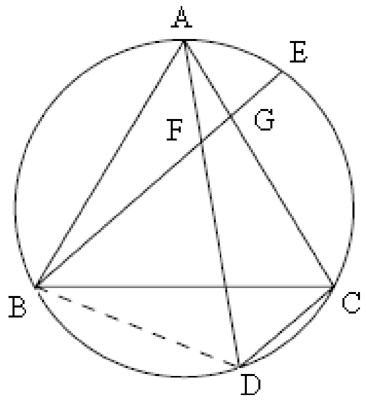
וסכום 19 **האיברים הראשונים במקומות הזוגיים בסדרה** $(a_2, a_4, a_6 \ \ldots \ a_{38})$

סכום 20 **האיברים במקומות האי-זוגיים:** $S_{20} = \frac{20}{2}(2\cdot(-3) + 5(20-1)) = 890$

סכום 19 **האיברים במקומות הזוגיים:** $S_{19} = \frac{19}{2}(2\cdot 10 + 5(19-1)) = 1045$

סכום 39 **האיברים הראשונים בסדרה:** $S_{39} = 890 + 1045 = 1935$

תשובה: 1935 **.**



נתונים

1. $DC \parallel BE$

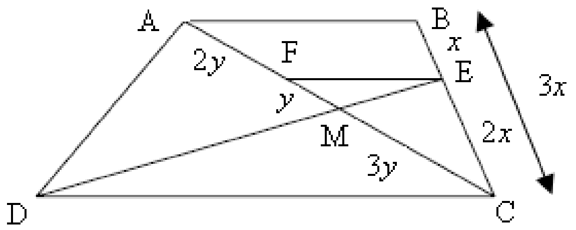
2. ΔABC **שווה צלעות**

צ"ל: א. $\sphericalangle ADC = 60^\circ$

ב. ΔBFD **שווה צלעות**

ג. $BGCD$ **אינו בר חסימה**

הסבר		טענה	נימוק
2	**3**	ΔABC **שווה צלעות**	**נתון**
3	**4**	$\sphericalangle ABC = 60^\circ$	**זוויות משולש שווה צלעות** ΔABC **שוות** 60°
4	**5**	$\sphericalangle ADC = 60^\circ$	**על קשת שווה** $(\overset{\frown}{AC})$ **נשענות זוויות היקפיות שוות**
		מ.ש.ל. א	
2	**6**	$\sphericalangle ACB = 60^\circ$	**זוויות משולש שווה צלעות** ΔABC **שוות** 60°
6	**7**	$\sphericalangle ADB = 60^\circ$	**על קשת שווה** $(\overset{\frown}{AB})$ **נשענות זוויות היקפיות שוות**
7, 6	**8**	$\sphericalangle BDC = 120^\circ$	**סכום זוויות**
1	**9**	$DC \parallel BE$	**נתון**
9, 8	**10**	$\sphericalangle FBD = 60^\circ$	**זוויות חד צדדיות בין מקבילים משלימות ל** 180°
7, 10	**11**	$\sphericalangle BFD = 60^\circ$	**סכום זוויות ב-** ΔBFD **הוא** 180°
7, 10, 11	**12**	$\sphericalangle BFD = \sphericalangle FBD = \sphericalangle ADB$	**כלל המעבר**
12	**13**	ΔBFD **שווה צלעות**	**מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות** ΔBFD
		מ.ש.ל. ב	
2	**14**	$\sphericalangle BAC = 60^\circ$	**זוויות משולש שווה צלעות** ΔABC **שוות** 60°
14	**15**	$\sphericalangle BGC > 60^\circ$	**זווית חיצונית ל-** ΔABG **גדולה מזווית פנימית שלא צמודה לה**
8, 15	**16**	$\sphericalangle BDC + \sphericalangle BGC > 180^\circ$	**כלל חיבור באי שוויון**
16	**17**	$BGCD$ **אינו בר חסימה**	**סכום זוויות נגדיות לא שווה** 180°
		מ.ש.ל. ג	



נתונים

.1 $AB \parallel DC$ **.2** $DC = 2AB$ **.3** $BC = 3BE$ **.4** $FE \parallel DC$

צ"ל: א. (1) $\frac{FE}{AB}$ **(2)** $\frac{FE}{DC}$ **ב.** $MC = 3FM$ **ג.** $\frac{AM}{MC}$

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	5	$AB \parallel DC$	נתון
4	6	$FE \parallel DC$	נתון
5, 6	7	$FE \parallel AB$	אם שני ישרים מקבילים לישר שלישי אז מקבילים ביניהם
3	8	$BC = 3BE$	נתון
8	9	$\frac{CE}{BC} = \frac{2}{3}$	חוקי פרופורציות
7	10	$\frac{FE}{AB} = \frac{CE}{BC}$	משפט תאלס הרחבה 1
9, 10	11	$\frac{FE}{AB} = \frac{2}{3}$	כלל המעבר
		מ.ש.ל א (1)	
2	12	$DC = 2AB$	נתון
12	13	$\frac{AB}{DC} = \frac{1}{2}$	חישוב
11, 13	14	$\frac{FE}{AB} \cdot \frac{AB}{DC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2}$	כפל משוואות
14	15	$\frac{FE}{DC} = \frac{1}{3}$	חישוב
		מ.ש.ל. א (2)	
6	16	$\frac{MC}{FM} = \frac{DC}{FE}$	משפט תאלס הרחבה 2
15, 16	17	$\frac{MC}{FM} = 3$	הצבה וחישוב
17	18	$MC = 3FM$	חישוב
		מ.ש.ל. ב	
7, 8	19	$\frac{AF}{FC} = \frac{BE}{EC} = \frac{1}{2}$	משפט תאלס וחוקי פרופורציות
	20	$FM = y$	סימון
18, 20	21	$FC = 4y, MC = 3y$	הצבה וחישוב

הסבר	מס'	טענה	נימוק
21,20,19	22	$AF = 2y,\ AM = 3y$	הצבה, חישוב וסכום קטעים
22 ,21	23	$\frac{AM}{MC} = 1$	הצבה וחישוב
			מ.ש.ל ג

5

א. נדב יתקבל לאוניברסיטה אם עבר 4 **או** 5 **בחינות כניסה**

נחשב באמצעות נוסחת ברנולי את ההסתברויות המתאימות:

4 **בחינות כניסה - זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי** $n=5$, $k=4$ **,** $p=0.8$

$$P_5(4)=\binom{5}{4}(0.8)^4(1-0.8)^{5-4}=5\cdot(0.8)^4(0.2)^1=0.4096$$

5 **בחינות כניסה - ההסתברות היא** 0.8^5

ובהתאם: ההסתברות שנדב יתקבל היא $0.4096+0.8^5=0.7373$

תשובה: ההסתברות שנדב יתקבל לאוניברסיטה היא 0.7373**.**

ב. נחשב בדרך דומה את ההסתברות שנועם יתקבל לאוניברסיטה

4 **בחינות כניסה - זו התפלגות בינומית, כאשר נתון כי** $n=5$, $k=4$ **,** $p=0.9$

$$P_5(4)=\binom{5}{4}(0.9)^4(1-0.9)^{5-4}=5\cdot(0.9)^4(0.1)^1=0.3281$$

5 **בחינות כניסה - ההסתברות היא** 0.9^5

ובהתאם: ההסתברות שנועם יתקבל היא $0.3281+0.9^5=0.9186$

ובהתאם: ההסתברות שנועם יתקבל לאוניברסיטה ונדב לא יתקבל:

$$P(noam\ in \cap nadav\ out)=0.9186\cdot(1-0.7373)=0.2413$$

תשובה: ההסתברות שנועם יתקבל לאוניברסיטה ונדב לא יתקבל היא 0.2413 **.**

ג. זו הסתברות מותנית – ההסתברות שנועם יתקבל אם ידוע שרק 1 **מביניהם התקבל**

ההסתברות שנדב יתקבל לאוניברסיטה ונועם לא יתקבל:

$$P(nadav\ in \cap noam\ out)=0.7373\cdot(1-0.9186)=0.006$$

$$P(noam\ \ in\ /\ \ just\ \ 1\ in)=\frac{P(noam\ \ in \cap just\ 1\ in)}{P(just\ 1\ in)}=\frac{0.2413}{0.006+0.2413}=0.8001$$

תשובה: ההסתברות שנועם יתקבל אם ידוע שרק 1 **מביניהם התקבל היא** 0.8001 **.**

ד. לדני הסתברות קבלה דומה לזו של נדב, כי ההסתברות להצלחה בבחינה בודדת הוא זהה $(p=0.8)$**.**

כלומר ההסתברות שדני יתקבל לאוניברסיטה היא 0.7373**.**

נמצא את ההסתברות שרק אחד מהם יתקבל:

$$(just\ 1\ in)=P(nadav\ in \cap other\ out)+P(dani\ in \cap others\ out)+P(dani\ in \cap others\ out)+P(dani\ in \cap others\ out)=$$
$$0.7373\cdot(1-0.7373)\cdot(1-0.9186)+0.9186\cdot(1-0.7373)^2=0.0949$$

תשובה: ההסתברות היא 0.0949 **.**

א. נגדיר את הקבוצות הבאות:

S - **קבוצת המשתתפים במבדק (כולם נבדקו ביתה ג', והישגיהם נבדקו בסיום התיכון)**

A **- קבוצת המסיימים לימודי 5 יחידות במתמטיקה** $\overline{A}$ **- קבוצת התלמידים הלא מסיימים**

D **- קבוצת תלמידי כיתה ג' שאותרו כמוכשרים המתמטיקה** $\overline{D}$ **- קבוצת התלמידים שלא אותרו**

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$$P(A)=\frac{N(A)}{N(S)}=\frac{150}{1000}=0.15 \quad \rightarrow P(\overline{A})=0.85$$

$$P(D/A)=\frac{N(D)}{N(A)}=\frac{90}{150}=0.6 \quad \rightarrow P(\overline{D}/A)=0.4$$

$$P(D/\overline{A})=\frac{N(D)}{N(\overline{A})}=\frac{120}{850}=\frac{12}{85} \quad \rightarrow P(\overline{D}/\overline{A})=\frac{73}{85}$$

ניתן לראות כי $P(D/A)\neq P(D/\overline{A})$ **ולכן קיים קשר סטטיסטי.**

תשובה: יש קשר סטטיסטי בין איתור כמוכשרים למתמטיקה בכיתה ג' וסיום לימודי 5 יח' מתמטיקה בתיכון.

הערה: ייתכנו גורמים מתווכים, כמו: מקום מגורים, השכלת המורים, השכלת הורים.

ב. "יעילות המבדק" שווה ליחס הבא: $\frac{P(D/A)}{P(D/\overline{A})}$

בהתאם: $\frac{P(D/A)}{P(D/\overline{A})}=\frac{0.6}{\frac{12}{85}}=4.25$

תשובה: "יעילות המבדק" היא 4.25 **(הערה – זו עוצמת הקשר הסטטיסטי).**

ג. בעיר סמוכה נתון כי $P(A/D)=0.6 \quad \rightarrow P(\overline{A}/D)=0.4$

כאשר יעילות המבדק" זהה לעיר הראשונה, כלומר 4.25

נחשב את אחוז הנבדקים בעיר זו שסיימו 5 יחידות במתמטיקה בתיכון, כלומר את $P(A)\cdot 100$ **.**

$$\frac{P(A/D)}{P(\overline{A}/D)}=\frac{P(D/A)}{P(D/\overline{A})}\cdot\frac{P(A)}{P(\overline{A})}$$

$$\frac{0.6}{0.4}=4.25\cdot\frac{P(A)}{P(\overline{A})}$$

$$\frac{P(A)}{P(\overline{A})}=\frac{6}{17}$$

קבלנו שהשיעור הבסיסי שווה $\frac{6}{17}$ **ובהתאם** $P(A)=\frac{6}{23}=0.2609$

תשובה: אחוז הנבדקים בעיר זו שסיימו 5 יחידות במתמטיקה בתיכון הוא 26.09%