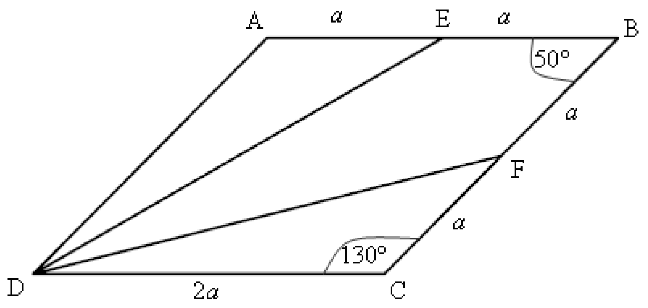


א. $\angle ABC = 50^\circ$ **(נתון)**

$\angle C = 130^\circ$ **(זוויות סמוכות במעוין משלימות ל-** 180°**)**

$AB = BC = CD = 2a$ **(צלעות המעוין שוות זו לזו)**

$AE = BE = BF = CF = a$ **(** E, F **אמצעי צלעות המעוין)**

ניעזר במשפט קוסינוסים

$\underline{\Delta DCF}$

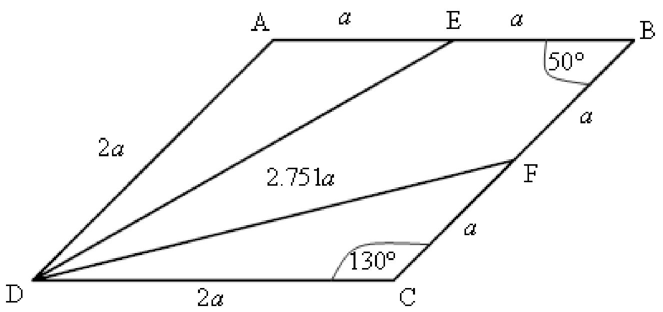
$$(DF)^2 = (CD)^2 + (CF)^2 - 2CD \cdot CF \cdot \cos\angle C$$

$$(DF)^2 = (2a)^2 + a^2 - 2 \cdot 2a \cdot a \cdot \cos 130^\circ$$

$$(DF)^2 = 7.571a^2$$

$$\boxed{DF = 2.751a} \quad \leftarrow a > 0$$

תשובה: $DF = 2.751a$



ב. כיוון ש- $\Delta DCF \cong \Delta DAE$ **(צ.ז.צ)**

הרי ש- $\angle FDC = \angle EDA$ **(ז.מ.ב.ח.)**

$\underline{\Delta FDC}$

$$\frac{DF}{\sin\angle C} = \frac{CF}{\sin\angle FDC}$$

$$\frac{2.751a}{\sin 130^\circ} = \frac{a}{\sin\angle FDC}$$

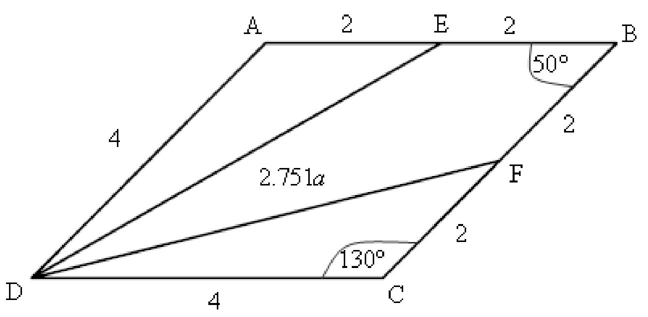
$$\angle FDC = \frac{\sin 130^\circ}{2.751}$$

$$\angle FDC = 16.168^\circ$$

$$\angle FDF = 50^\circ - 2 \cdot 16.168^\circ$$

$$\boxed{\angle FDF = 17.66^\circ}$$

תשובה: $\angle FDF = 17.66^\circ$



ג. שטח המעוין $ABCD$: $S_{ABCD} = CD \cdot BC \cdot \sin\angle C$

$S_{ABCD} = 4 \cdot 4 \cdot \sin 130^\circ =$ 12.26 **סמ"ר**

$\Delta DCF \cong \Delta DAE$ **כאשר שטח כל אחד מהם**

רבע משטח המעוין $ABCD$ **,**

ובהתאם שטח המרובע $EBFD$ 6.13 **סמ"ר**$= 0.5 \cdot 12.26$

תשובה: שטח המרובע $EBFD$ **הוא** 6.13 **סמ"ר**

א. נגזרת הפונקציה $f(x)$ **היא** $f'(x) = -3\sin 3x$

נמצא את שיעור ה- x **של נקודת המינימום הפנימית בתחום הנתון** $0 \le x \le \frac{5p}{6}$

$$0 = -3\sin 3x \quad \to 0 = \sin 3x \quad \to 3x = pk \quad \to x = \frac{p}{3}k$$

עבור $k = 1$ **נקבל** $x = \frac{p}{3}$ **ובהתאם שיעורי נקודת המינימום** $(\frac{p}{3}, -1)$ **,**

נמצא את הפונקציה הקדומה:

$$f(x) = \int -3\sin 3x\, dx \quad \to f(x) = \frac{3\cos 3x}{3} + c$$

$$-1 = \cos(3\cdot\frac{p}{3}) + c \quad \to -1 = -1 + x \quad \to c = 0$$

תשובה: $f(x) = \cos 3x$

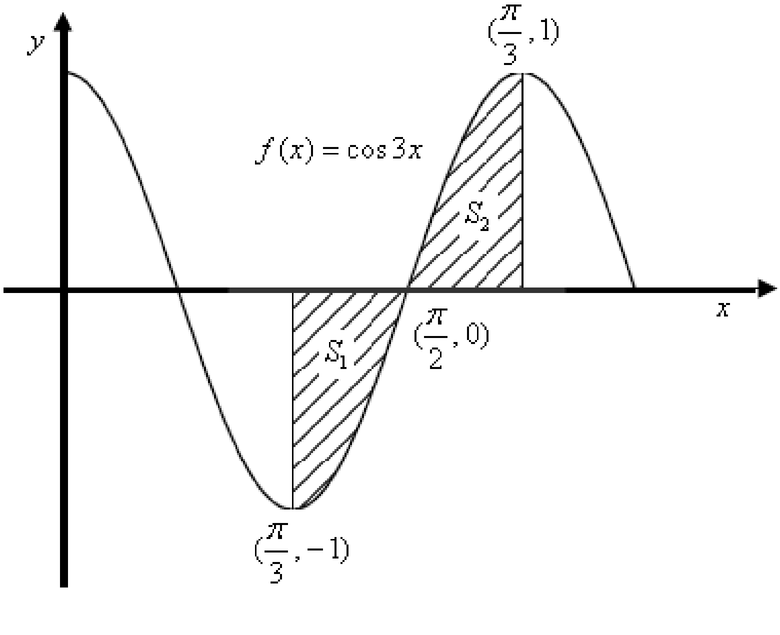
ב. עבור $k = 2$ **, מהמשוואה בסעיף הקודם, נקבל** $x = \frac{2p}{3}$

ובהתאם שיעורי נקודת המינימום $\to \quad f(\frac{2p}{3}) = \cos(3\cdot\frac{2p}{3}) = 1$ $(\frac{2p}{3}, 1)$ **,**

שיעורי נקודת החיתוך עם ציר ה- x **:**

$$0 = \cos 3x \quad \to 3x = \frac{p}{2} + pk \quad \to x = \frac{p}{6} + \frac{p}{3}k$$

עבור $k = 1$ **נקבל** $x = \frac{p}{2}$ **ובהתאם שיעורי נקודת החיתוך השנייה עם ציר ה-** x $(\frac{p}{2}, 0)$ **,**



$f(x) = \cos 3x$ **סימטרית לציר ה-** x **ולכן** $S_1 = S_2$

$$S_2 = \int_{\frac{p}{2}}^{\frac{2p}{3}} (\cos 3x - 0)dx$$

$$S_2 = \frac{\sin 3x}{3}\Big]_{\frac{p}{2}}^{\frac{p}{3}} = (\frac{\sin(3\cdot\frac{2p}{3})}{3}) - (\frac{\sin(3\cdot\frac{p}{2})}{3})$$

$$S_2 = 0 - (-\frac{1}{3}) = \frac{1}{3} \quad \to S = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \quad \to \boxed{S = \frac{2}{3}}$$

תשובה: גודל השטח המקווקו $\frac{2}{3}$ **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{2x+a}}$.

תחום ההגדרה $x>3$ **ובהתאם** $x=-3$ **מאפס את הביטוי שבשורש, ולכן:** $\boxed{a=-6}$ $\quad 2\cdot 3+a=0$

תשובה: $a=-6$

ב. נתונה הפונקציה $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{2x-6}}$.

$x=-3$ **מאפס את המכנה אך לא את המונה, ובהתאם הישר** $x=-3$ **אסימפטוטה אנכית לגרף הפונקציה**

תשובה: $x=-3$

ג.

$$\boxed{f(x)=\frac{x}{\sqrt{2x-6}}}$$

$$f'(x)=\frac{\sqrt{2x-6}-\dfrac{x\cdot \cancel{2}}{\cancel{2}\sqrt{2x-6}}}{2x-6}$$

$$f'(x)=\frac{2x-6-x}{(2x-6)\sqrt{2x-6}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{x-6}{(2x-6)\sqrt{2x-6}}}$$

$$0=\frac{x-6}{(2x-6)\sqrt{2x-6}}$$

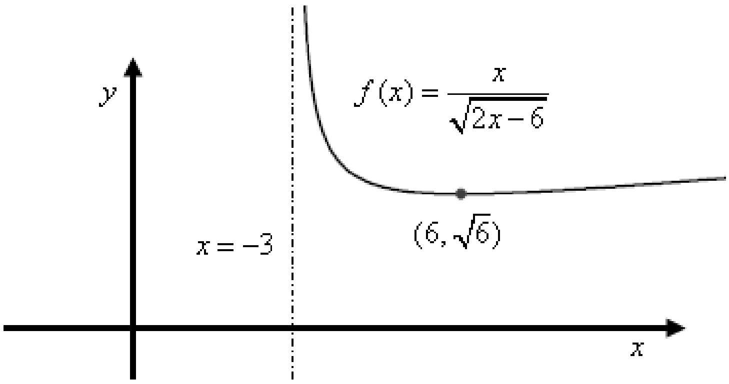
$$x=6 \quad \to y=\frac{6}{\sqrt{2\cdot 6-6}}=\sqrt{6} \quad \to (6,\sqrt{6})$$

נמצא תחומי עלייה וירידה (מכנה הנגזרת חיובי)

$$f'(5)=5-6<0, \quad f'(7)=7-6>0$$

3	5	6	7	x
	-	0	+	$f'(x)$
	↘	Min	↗	**מסקנה**

ד. הסקיצה המתאימה

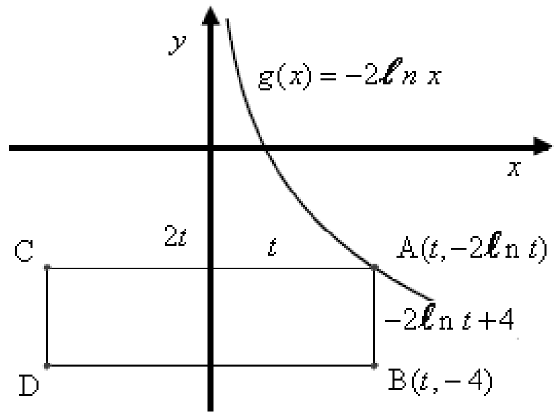


תשובה: $x>6$ **עלייה ,** $3<x<6$ **ירידה**

ה. על פי הסקיצה ניתן לראות שעבור $k<\sqrt{6}$ **ישר** $y=k$ **אינו חותך את גרף הפונקציה** $f(x)$ ..

תשובה: $k<\sqrt{6}$

א. הפונקציה שיש להביא למקסימום היא שטח המלבן ABCD .



קדקוד A **של המלבן נמצא על גרף הפונקציה** $g(x) = -2\ln x$

נסמן את הנקודה A **עם השיעורים** $A(t, -2\ln t)$ **ונביע באמצעות** t **את שטח המלבן** ABCD .

המרחק של קדקוד B **מציר ה-** y **שווה למרחק של קדקוד** C **מציר ה-** y ,

לכן: $AC = BD = 2t$

שיעור ה- y **של קדקוד** B **הוא** -4. **מכיוון ו-** AB **מקביל לציר ה-** y **, הרי ש-** $AB = -2\ln t - (-4) = -2\ln t + 4$

נמצא את שטח המלבן:

$$S(t) = AC \cdot AB = 2t(-2\ln t + 4)$$

$$\boxed{S(t) = -4t\ln t + 8t}$$

$$s'(t) = -4\ln t - \frac{4t}{t} + 8$$

$$\boxed{f'(t) = -4\ln t + 4}$$

$$0 = -4\ln t + 4$$

$$4\ln t = 4$$

$$\ln t = 1$$

$$\boxed{t = e}$$

$f''(t) = -\frac{4}{t} < 0 \quad \rightarrow Max$ **(הנגזרת השנייה חיובית בכל תחום ההגדרה** $t > 0$ **)**

$t = e$ **יביא את היקף המלבן** ABCD **למקסימום**

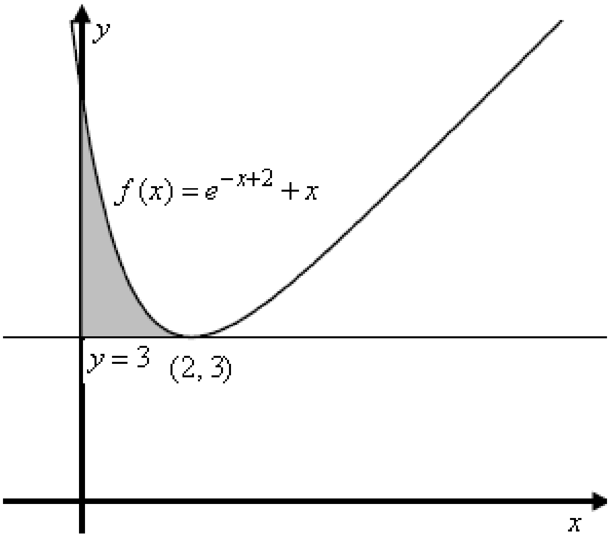
$$A(e, -2\ln e) \quad \rightarrow \boxed{A(e, -2)}$$

תשובה: $A(e, -2)$

ב. נמצא את השטח המקסימלי של המלבן: $S(e) = -4e\ln e + 8e = 4e$

השטח המקסימלי של המלבן ABCD **הוא** $4e$ **יח"ר.**

תשובה: $4e$ **יח"ר.**



נעלה ציור מעודכן ונסביר בהמשך:

$\boxed{f(x)=e^{-x+2}+x}$

$\boxed{f'(x)=-e^{-x+2}+1}$

$0=-e^{-x+2}+1$

$e^{-x+2}=1$

$-x+2=0$

$x=2 \quad \rightarrow y=e^{-2+2}+2=3 \quad \rightarrow (2,3)$

$f''(x)=e^{-x+2}>0 \quad \rightarrow (2,3)Min$

משוואת המשיק בנקודת המינימום

היא פונקציה קבועה: $y=3$

$$S=\int_0^2 (e^{-x+2}+x-3)dx$$

$$S=-e^{-x+2}+\frac{x^2}{2}-3x\Big]_0^2$$

$$S=(-e^{-2+2}+\frac{2^2}{2}-3\cdot 2)-(-e^{-0+2}+\frac{0^2}{2}-0\cdot 2)$$

$$S=(-5)-(-e^2)$$

$$\boxed{S=e^2-5=2.389}$$

תשובה: גודל השטח הוא $e^2-5=2.389$ **יח"ר.**

יש לפתור את המשוואה $10\cdot x^{\log x}=x^{3\log x-1}$

תחום ההגדרה – $x>0$

$$10\cdot x^{\log x}=x^{3\log x-1}$$
$$\Leftrightarrow \log(10\cdot x^{\log x})=\log x^{3\log x-1}$$
$$\Leftrightarrow \log 10+\log x^{\log x}=\log x^{3\log x-1} \qquad \leftarrow \log_a xy=\log_a x+\log_a y$$
$$\Leftrightarrow 1+\log x\cdot\log x=(3\log x-1)\cdot\log x \qquad \leftarrow n\log x=\log x^n$$
$$\Leftrightarrow 1+t^2=(3t-1)t \qquad \leftarrow \log x=t$$
$$\Leftrightarrow 1+t^2=3t^2-t$$
$$\Leftrightarrow 2t^2-t-1=0$$
$$\Leftrightarrow t_{1,2}=\frac{1\pm 3}{4}$$
$$\Leftrightarrow t=1 \quad \rightarrow \log x=1 \quad \rightarrow \boxed{x=10}$$
$$\Leftrightarrow t=-0.5 \quad \rightarrow \log x=-0.5 \quad \rightarrow \quad x=\frac{1}{10^{0.5}} \rightarrow \boxed{x=\frac{1}{\sqrt{10}}}$$

שני הפתרונות בתחום ההגדרה

תשובה: $x=10$ **או** $x=\frac{1}{\sqrt{10}}$