א. (1) נסמן ב- t, p את זמני הליכת הולכי הרגל עד הפגישות שלהם עם רוכב האופניים (שעות) .

נכניס את הנתונים לטבלה מתאימה:

		זמן - t שעות	מהירות - v קמ"ש	דרך-מרחק - s ק"מ
רוכב אופניים	מ- A עד הפגישה	$t-2$	v	$v(t-2)$
הולך רגל ראשון	מ- A עד הפגישה	t	4	$4t$
רוכב אופניים	מ- A עד הפגישה	$p-1$	v	$v(p-1)$
הולך רגל שני	מ- A עד הפגישה	p	5	$5p$

המרחקים שעברו רוכב האופניים והולך הרגל הראשון עד הפגישה שווים.

כלומר המשוואה המתאימה: $v(t-2)=4t$

נביע באמצעות v **את הזמן שעבר מהשעה** $08:00$ **:**

$$v(t-2)=4t$$
$$vt-2v=4t$$
$$vt-4t=2v$$
$$t(v-4)=2v$$
$$\boxed{t=\frac{2v}{v-4}}$$

את התחום בו נמצא פתרון הבעיה נפתור בסעיף ב (לסעיף זה בלבד $v>4$ **) .**

תשובה: הזמן שעבר מהשעה $08:00$ **: ועד פגישת הרוכב עם הולך הרגל הראשון הוא** $\frac{2v}{v-4}$

(2) המרחקים שעברו רוכב האופניים והולך הרגל השני עד הפגישה שווים.

כלומר המשוואה המתאימה: $v(p-1)=5t$

נביע באמצעות v **את הזמן שעבר מהשעה** $09:00$ **ולאחר מכן נוסיף לו** 1 **לקבלת התשובה.**

$$v(p-1)=5p$$
$$vp-v=5p$$
$$vp-5p=v$$
$$p(v-5)=v$$
$$p=\frac{v}{v-5}$$
$$p+1=\frac{v}{v-5}+1=\frac{v+v-5}{v-5}=\frac{2v-5}{v-5}$$
$$\boxed{p+1=\frac{2v-5}{v-5}}$$

את התחום בו נמצא פתרון הבעיה נפתור בסעיף ב (לסעיף זה בלבד $v>5$ או $0<v<2.5$).

תשובה: הזמן שעבר מהשעה $08:00$: ועד פגישת הרוכב עם הולך הרגל השני הוא $\frac{2v-5}{v-5}$.

ב. רוכב האופניים הדביק תחילה את הולך הרגל השני, וכעבור <u>יותר</u> מ- 10 דקות הדביק את הולך הרגל הראשון

כלומר, הזמן בין הפגישות גדול מ- $\frac{1}{6}=\frac{10}{60}$ שעה.

$$\frac{2v}{v-4}-\frac{2v-5}{v-5}>\frac{1}{6}$$

$$\frac{2v}{v-4}-\frac{2v-5}{v-5}-\frac{1}{6}>0$$

$$\frac{12v(v-5)-6(v-4)(2v-5)-(v-4)(v-5)}{6(v-5)(v-4)}>0$$

$$\frac{12v^2-60v-6(2v^2-5v-8v+20)-(v^2-5v-4v+20)}{6(v-5)(v-4)}>0$$

$$\frac{12v^2-60v-12v^2+78v-120-v^2+9v-20}{6(v-5)(v-4)}>0$$

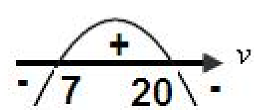
$$\frac{-v^2+27v-140}{6(v-5)(v-4)}>0$$

$$\frac{-v^2+27v-140}{6(v-5)(v-4)}>0$$

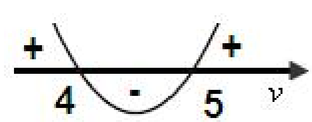
$$-v^2+27v-140=0$$

$$v_{1,2}=\frac{-27\pm13}{-2}\quad\rightarrow v_1=7,\,v_2=20$$

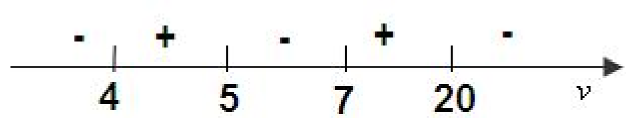
ציור סימני מונה אי השוויון



ציור סימני מכנה אי השוויון



פתרון אי השוויון, בעזרת טבלת סימנים:



כלומר $7<v<20$ **או** $4<v<5$.

מכיוון ו- $v>5$ **, תהייה התשובה הסופית** $7<v<20$

תשובה: $7<v<20$

א. נתונה סדרת נסיגה:

המקיימת לכל n טבעי: $\begin{cases} a_1 = \frac{5}{4} \\ a_{n+1} = \frac{4a_n - 3}{3a_n - 2} \end{cases}$

נוכיח כי $b_n = \frac{1}{a_n - 1}$ **סדרה חשבונית.**

$$b_{n+1} - b_n = \frac{1}{a_{n+1} - 1} - \frac{1}{a_n - 1}$$

$$b_{n+1} - b_n = \frac{1}{\frac{4a_n - 3}{3a_n - 2} - 1} - \frac{1}{a_n - 1} = \frac{1}{\frac{4a_n - 3 - (3a_n - 2)}{3a_n - 2}} - \frac{1}{a_n - 1}$$

$$b_{n+1} - b_n = \frac{3a_n - 2}{4a_n - 3 - 3a_n + 2} - \frac{1}{a_n - 1} = \frac{3a_n - 2}{a_n - 1} - \frac{1}{a_n - 1}$$

$$b_{n+1} - b_n = \frac{3a_n - 2 - 1}{a_n - 1} = \frac{3a_n - 3}{a_n - 1}$$

$$b_{n+1} - b_n = \frac{3(a_n - 1)}{a_n - 1}$$

$$\boxed{b_{n+1} - b_n = 3}$$

ההפרש בין כל שני איברים עוקבים בסדרה קבוע, ולכן הסדרה b_n **היא סדרה חשבונית** $(d = 3)$

$b_1 = \frac{1}{a_1 - 1} = \frac{1}{1.25 - 1} = \frac{1}{0.25} = 4$ **, ומכאן ש-** $b_1 = 4, \quad d = 3$ **.**

תשובה: הוכַח.

ב. על פי הסעיף הקודם: $b_1 = 4, \quad d = 3$ **ולכן :** $b_n = 4 + 3(n-1) \quad \rightarrow b_n = 3n + 1$

$$b_n = \frac{1}{a_n - 1}$$

$$3n + 1 = \frac{1}{a_n - 1}$$

$$a_n - 1 = \frac{1}{3n + 1}$$

$$a_n = 1 + \frac{1}{3n + 1}$$

$$\boxed{a_n = \frac{3n + 2}{3n + 1}}$$

תשובה: $a_n = \frac{3n + 2}{3n + 1}$

ג. על פי השורה הלפני אחרונה בסעיף הקודם $a_n = 1 + \frac{1}{3n + 1}$

לכן, כאשר n **גָּדֵל, המחובר השני בביטוי קָטֵן – ומכאן שהסדרה** a_n **יורדת.**

תשובה: הוכַח.

ד. נמצא מתי $a_n = \frac{3n + 2}{3n + 1} < 1.01$

$$\frac{3n + 2}{3n + 1} < 1.01$$

$$3n + 2 < 1.01(3n + 1)$$

$$3n + 2 < 3.03n + 1.01$$

$$-0.03n < -0.99$$

$$n > 33$$

תשובה: $n = 34$ **.**

א. נגדיר את המאורעות הבאים:

A - הצביעו למועמד א'　　B - הצביעו למועמד ב'　　C - הצביעו למועמד ג'

G - מבוגרים　　$\overline{G}$ - צעירים

נתונים ומשמעויות

$$P(A)=0.3,\quad P(B)=0.4\quad \to P(C)=0.3$$

$$P(G/A)=\frac{1}{3}\quad \to P(\overline{G}/A)=\frac{2}{3}$$

$$P(G/B)=0.6\quad \to P(\overline{G}/B)=0.4$$

$$P(A/G)=0.25$$

פיתוח נוסחאות הסתברות מותנית

$$P(G/A)=\frac{P(G\cap A)}{P(A)}$$

$$\frac{1}{3}=\frac{P(G\cap A)}{0.3}$$

$$P(G\cap A)=0.1$$

$$P(G/B)=\frac{P(G\cap B)}{P(B)}$$

$$0.6=\frac{P(G\cap B)}{0.4}$$

$$P(G\cap B)=0.24$$

$$P(A/G)=\frac{P(A\cap G)}{P(G)}$$

$$0.25=\frac{0.1}{P(G)}$$

$$P(G)=0.4$$

	מועמד א' A	מועמד ב' B	מועמד ג' C	
G- מבוגרים	0.1	0.24	0.06	0.4
$\overline{G}$ - צעירים	0.2	0.16	0.24	0.6
	0.3	0.4	0.3	1

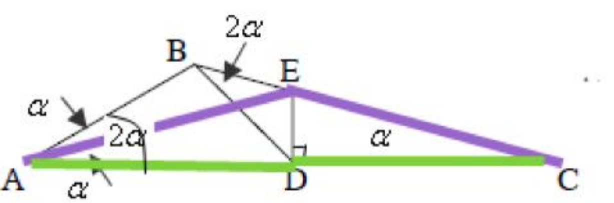
תשובה: 60% מהמצביעים לראש העיר הם צעירים.

ב. 16% מהמצביעים הם צעירים וגם מצביעים למועמד ב'.

ג. נחשב מהו אחוז המבוגרים מבין המצביעים למועמד ג'.

$$P(G/C)=\frac{P(G\cap C)}{P(C)}=\frac{0.06}{0.3}=0.2=20\%$$

תשובה: 20% מהמצביעים למועמד ג' הם מבוגרים.



נתונים

.1 $AD = CD$ .2 $ED \perp AC$ .3 $\sphericalangle CAB = \sphericalangle CBD = 2\sim$

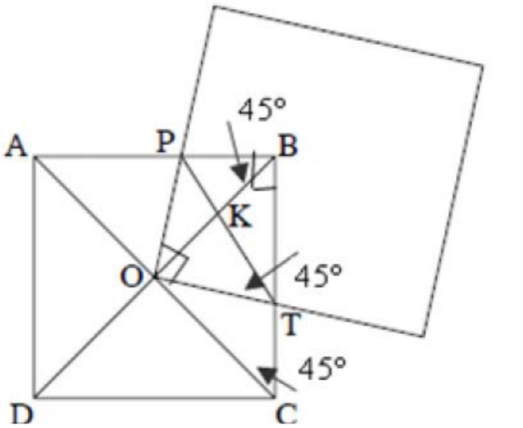
.4 $\sphericalangle BCD = \sim$

צ"ל: א. $\sphericalangle BAE = \sim$

ב. (1) $\frac{AB}{DC} = \frac{BE}{BD}$ (2) $\Delta ABD \sim \Delta BED$ ג. $\sim$

הסבר		טענה	נימוק
1	5	$AD = CD$	נתון
2	6	$ED \perp AC$	נתון
6 ,5	7	$AE = EC$	אם התיכון מתלכד עם הגובה ΔAEC שווה שוקיים
4	8	$\sphericalangle BCD = \sim$	נתון
8 ,7	9	$\sphericalangle EAC = \sphericalangle ECA = \sim$	מול צלעות שוות מונחות זוויות שוות ΔAEC
3	10	$\sphericalangle CAB = \sphericalangle CBD = 2\sim$	נתון
10 ,9	11	$\sphericalangle BAE = \sim$	הפרש זוויות
		מ.ש.ל. א	
9 ,8	12	$\sphericalangle AEB = 2\sim$	זווית חיצונית ל- ΔAEC שווה לסכום שתי זוויות פנימיות שלא צמודות לה
12 ,10	13	$\sphericalangle AEB = \sphericalangle CBD$ (ז)	כלל המעבר
11 ,8	14	$\sphericalangle BAE = \sphericalangle BCD$ (ז)	כלל המעבר
14 ,13	15	$\Delta AEB \sim \Delta CBD$	משפט דמיון זווית זווית
15	16	$\frac{AB}{DC} = \frac{BE}{BD}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
		מ.ש.ל. ב (1)	
14 ,5	17	$\frac{AB}{AD} = \frac{BE}{BD}$	הצבה
15 ,10	18	$\Delta ABD \sim \Delta BED$	משפט דמיון צלע זווית צלע
		מ.ש.ל. ב (2)	

הסבר		טענה	נימוק
6, 18	19	$\sphericalangle BDA = \sphericalangle EDB = 0.5 \cdot \sphericalangle ADE = 0.5 \cdot 90^{O} = 45^{O}$	**זוויות מתאימות במשולשים דומים**
	20	$\sphericalangle BDA = \sphericalangle BCD + \sphericalangle CBD$	**זווית חיונית ל-** ΔBCD **שווה לסכום שתי זוויות פנימיות שלא צמודות לה**
8, 10	21	$\sphericalangle BDA = 3\sim$	**הצבה**
19, 21	22	$\sim\ = 15°$	**כלל העברה וחישוב**
מ.ש.ל. ג			



<u>נתונים</u>

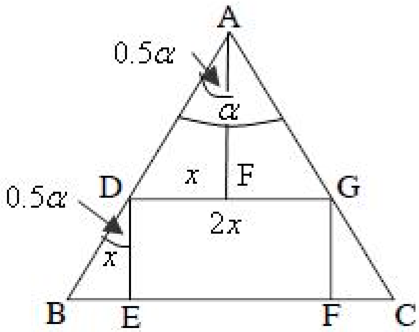
1. $ABCD$ **ריבוע** **2.** O **קדקוד ריבוע**

צ"ל: א. (1) $OTBP$ **בר חסימה (2)** $\Delta PKB \sim \Delta OKT$

ב. $\Delta POB \cong \Delta TOC$

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	3	$ABCD$ ריבוע	נתון
3	4	$\sphericalangle ABC = 90°$	זוויות הריבוע ישרות
2	5	O קדקוד ריבוע	נתון
5	6	$\sphericalangle POT = 90°$	זוויות הריבוע ישרות
6 ,4	7	$\sphericalangle POT + \sphericalangle PBT = 180°$	חישוב
7	8	$OTBP$ בר חסימה	זוויות נגדיות משלימות ל- $180°$
		מ.ש.ל. א (1)	
8	9	$\sphericalangle PBO = \sphericalangle PTO$ (ז)	על אותה קשת $(\overset{\frown}{PO})$ נשענות זוויות היקפיות שוות
	10	$\sphericalangle PKB = \sphericalangle OKT$ (ז)	זוויות קדקודיות שוות זו לזו
10 ,9	11	$\Delta PKB \sim \Delta OKT$	משפט דמיון זווית זווית
		מ.ש.ל. א (2)	
4 ,3	12	$\sphericalangle PBO = 45°$	אלכסוני הריבוע חוצים זוויות וחישוב
12 ,9	13	$\sphericalangle KTO = 45°$	כלל המעבר
13 ,6	14	$\sphericalangle TPO = 45°$	סכום זוויות ΔPOT $180°$
14 ,13	15	$\sphericalangle TPO = \sphericalangle KTO$	כלל המעבר
15	16	$PO = TO$ (צ)	מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות ΔPOT
3	17	$\sphericalangle COB = 90°$	אלכסוני הריבוע מאונכים זה לזה
6,17	18	$\sphericalangle COB = \sphericalangle POT$	כלל המעבר
	19	$\sphericalangle POB = \sphericalangle POT - \sphericalangle BOT$ $\sphericalangle TOC = \sphericalangle BOC - \sphericalangle BOT$	חיסור זוויות
19 , 18	20	$\sphericalangle POB = \sphericalangle TOC$ (ז)	כלל המעבר
3	21	$OC = OB$ (צ)	אלכסוני הריבוע שווים וחוצים זה את זה
21 ,20 ,16	22	$\Delta POB \cong \Delta TOC$	משפט חפיפה צלע זווית צלע
		מ.ש.ל. ב	

6



חוצה זווית הראש (בניית עזר) במשולש שווה שוקיים. AF

לכן ההמשך שלו יהיה גובה לבסיס,

ועקב שצלעות המלבן מקבילות זו לזו, הרי ש- $AF \perp DG$ **.**

בהתאם ΔADG **שווה שוקיים, ולכן** $DF = GF$ **.**

גם $DE \parallel AF$ **ולכן :** $\sphericalangle BDE = \sphericalangle DAF = 0.5\sim$ **.**

נסמן $DE = x$ **ולכן** $DF = x$ $DG = 2DE = 2x,$ **.**

<u>ΔADF</u>

$$\sin 0.5\sim = \frac{DF}{AD} \rightarrow AD = \frac{x}{\sin 0.5\sim}$$

<u>ΔBDE</u>

$$\cos 0.5\sim = \frac{DE}{BD} \rightarrow BD = \frac{x}{\cos 0.5\sim}$$

$$AB = \frac{x}{\sin 0.5\sim} + \frac{x}{\cos 0.5\sim}$$

$$AB = \frac{x\cos 0.5\sim + x\sin 0.5\sim}{\sin 0.5\sim \cos 0.5\sim}$$

$$AB = \frac{x(\cos 0.5\sim + \sin 0.5\sim)}{0.5\sin\sim}$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\left(\frac{x(\cos 0.5\sim + \sin 0.5\sim)}{0.5\sin\sim}\right)^2 \sin\sim$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}\cdot\frac{x^2(\cos^2 0.5\sim + 2\cos 0.5\sim \sin 0.5\sim + \sin^2 0.5\sim)}{0.25\sin^2\sim}\cdot\sin\sim$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{x^2(1+\sin\sim)}{0.5\sin\sim}$$

נמצא עבור אילו ערכי $\sim$ **שטח המלבן** DEFG **הוא** $\frac{3}{8}$ **משטח המשולש** ABC **.**

$$2x^2 = \frac{3}{8}\cdot\frac{x^2(1+\sin\sim)}{0.5\sin\sim} \quad / : x^2 \neq 0$$

$$8\sin\sim = 3 + 3\sin\sim$$

$$5\sin\sim = 3$$

$$\sin\sim = 0.6$$

$$\boxed{\sim = 36.87°, \quad \sim = 143.13°}$$

תשובה: $\sim = 36.87°, \quad \sim = 143.13°$

נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{4}{3}x^3-a^2x+a^2$, $a>0$.

א. בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ובהתאם:** $\boxed{(0,a^2)} \rightarrow \quad f(0)=\frac{4}{3}\cdot 0^3-a^2\cdot 0+a^2=a^2$

תשובה: $(0,a^2)$

ב. (1) נמצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, ואת סוגן.

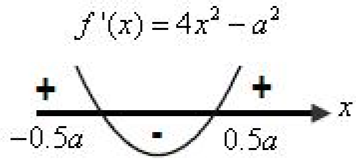
$\boxed{f(x)=\frac{4}{3}x^3-a^2x+a^2}$

$\boxed{f'(x)=4x^2-a^2}$

$0=4x^2-a^2$

$4x^2=a^2$

$x^2=0.25a^2$



$x=0.5a \quad \rightarrow f(0)=\frac{4}{3}\cdot(0.5a)^3-a^2\cdot 0.5a+a^2=-\frac{a^3}{3}+a^2 \quad \rightarrow \boxed{(0.5a,\, a^2-\frac{a^3}{3})}$

$x=-0.5a \quad \rightarrow f(0)=\frac{4}{3}\cdot(-0.5a)^3-a^2\cdot(-0.5a)+a^2=\frac{a^3}{3}+a^2 \quad \rightarrow \boxed{(-0.5a,\, a^2+\frac{a^3}{3})}$

נגזרת הפונקציה היא עם גרף של פרבולה בעלת מינימום,

כאשר הפונקציה עולה כאשר הנגזרת חיובית ויורדת כאשר הנגזרת שלילית.

עבור $x=0.5a$ **הפונקציה עוברת מירידה לעלייה ולכן מינימום.**

עבור הפונקציה עוברת מעלייה לירידה ולכן מקסימום.

תשובה: $(0.5a,\, a^2-\frac{a^3}{3})$ **מינימום ,** $(-0.5a,\, a^2+\frac{a^3}{3})$ **מקסימום.**

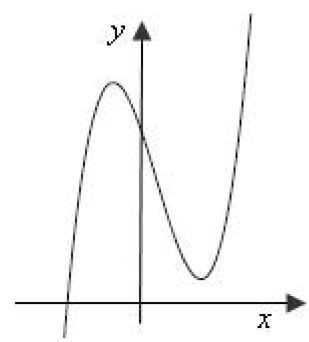
(2) ערך הפונקציה בנקודת המקסימום הוא $a^2+\frac{a^3}{3}$**, כלומר סכום של שני ביטויים חיוביים עבור** $a>0$,

כאשר שיעור ה- x **(** $-0.5a$ **)**

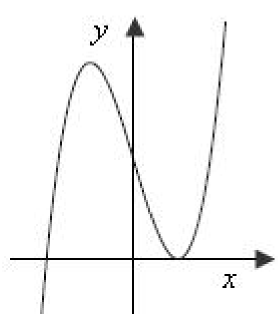
תשובה: ברביע השני.

ג. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה בשלושה מצבים, בהתאם למספר הפתרונות של המשוואה $f(x)=0$ **.**

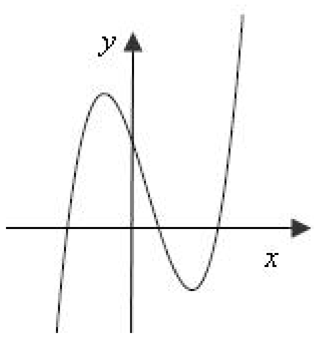
(1) פתרון אחד



(2) שני פתרונות



(3) שלושה פתרונות



ד. נמצא כיצד משפיע ערכו של a על סימן שיעור ה- y של נקודת המינימום שהוא $a^2-\frac{a^3}{3}$,

ובהתאם על מספר הפתרונות של המשוואה $f(x)=0$.

$a^2-\frac{a^3}{3}=\frac{3a^2-a^3}{3}=\frac{a^2(3-a)}{3}$ **, כלומר סימן שיעור ה- y נקבע על ידי סימן הביטוי $3-a$, כאשר $a>0$.**

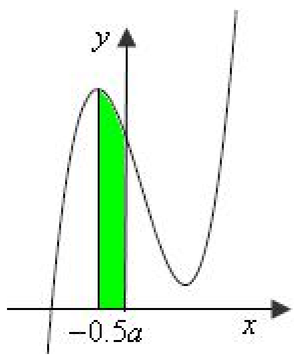
(1) שני פתרונות יתקבלו, כאשר $y_{\text{Min}}=0$. ולכן, תשובה: $a=3$

(2) שני פתרונות יתקבלו, כאשר $y_{\text{Min}}>0$, כלומר כאשר $a<3$ ומכיוון ש- $a>0$ אז: תשובה: $0<a<3$

(1) שלושה פתרונות יתקבלו, כאשר $y_{\text{Min}}<0$, ולכן: תשובה: $a>3$.

ה. כיוון שנקודת המקסימום של הפונקציה ברביע השני, עבור $a>0$

אין השפעה לערכו המדויק של a על אופן חישוב השטח, שכולו ברביע השני.



$$S=\int_{-0.5a}^{0}(\frac{4}{3}x^3-a^2x+a^2-0)\,dx$$

$$S=(\frac{x^4}{3}-\frac{a^2x^2}{2}+a^2x)\Big]_{-0.5a}^{0}$$

$$S=(0)-(\frac{(-0.5a)^4}{3}-\frac{a^2\cdot(-0.5a)^2}{2}+a^2\cdot(-0.5a))$$

$$S=(0)-(\frac{a^4}{48}-\frac{a^4}{8}-\frac{a^3}{2})$$

$$S=\frac{5a^4}{48}+\frac{a^3}{2}$$

ובהתאם לנתון כי גודל השטח הוא $\frac{a^3}{2}+\frac{80}{3}$

$$\frac{5a^4}{48}+\frac{a^3}{2}=\frac{a^3}{2}+\frac{80}{3}$$

$$\frac{5a^4}{48}=\frac{80}{3}$$

$$a^4=256$$

$$a=4 \quad \leftarrow a>0$$

מכיוון ו- $a=4>3$, הרי שעל פי הסעיף הקודם יתקבלו שלושה פתרונות למשוואה $f(x)=0$.

תשובה: שלושה פתרונות.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{16x-6}{\sqrt{4x^2-3x-1}}$

נמצא את תחום ההגדרה, כאשר הביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי והמכנה שונה מ- 0

$4x^2-3x-1>0$ **, נקבל פרבולה בעלת מינימום שמתאפסת עבור** $x=1,-0.25$

תשובה: תחום ההגדרה: $x>1$ **או** $x<-0.25$

ב. אין נקודות חיתוך עם ציר y **כי** $x=0$ **אינו בתחום ההגדרה.**

אין נקודות חיתוך עם ציר x **כי** $x=\frac{3}{8}$ **שמאפס את המונה אינו בתחום ההגדרה.**

תשובה: אין נקודות חיתוך עם הצירים.

ג. נמצא תחומי עלייה וירידה

$$f(x)=2\cdot\frac{8x-3}{\sqrt{4x^2-3x-1}}$$

$$f'(x)=2\cdot\frac{8\sqrt{4x^2-3x-1}-\frac{(8x-3)(8x-3)}{2\sqrt{4x^2-3x-1}}}{4x^2-3x-1}$$

$$f'(x)=2\cdot\frac{16(4x^2-3x-1)-(8x-3)^2}{2(4x^2-3x-1)\sqrt{4x^2-3x-1}}$$

$$f'(x)=\frac{64x^2-48x-16-(64x^2-48x+9)}{(4x^2-3x-1)\sqrt{4x^2-3x-1}}$$

$$f'(x)=\frac{64x^2-48x-16-64x^2+48x-9}{(4x^2-3x-1)\sqrt{4x^2-3x-1}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{-25}{(4x^2-3x-1)\sqrt{4x^2-3x-1}}}$$

נגזרת הפונקציה שלילית עבור $x>1$ **או** $x<-0.25$

תשובה: ירידה: $x>1$ **או** $x<-0.25$ **, עלייה: אף** x

ד. נמצא אסימפטוטות המקבילות לצירים:

$$f(x)=\frac{16x-6}{\sqrt{4x^2-3x-1}}=\frac{16x-6}{|x|\sqrt{4-\frac{3}{x}-\frac{1}{x^2}}}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{16x-6}{|x|\sqrt{4-\frac{3}{x}-\frac{1}{x^2}}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{16x-6}{x\sqrt{4-\frac{3}{x}-\frac{1}{x^2}\to 4}}=\frac{16}{2}\quad\to\boxed{y=8}$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{16x-6}{|x|\sqrt{4-\frac{3}{x}-\frac{1}{x^2}\to 4}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{16x-6}{-x\sqrt{4-\frac{3}{x}-\frac{1}{x^2}\to 4}}=\frac{16}{-2}\quad\to\boxed{y=-8}$$

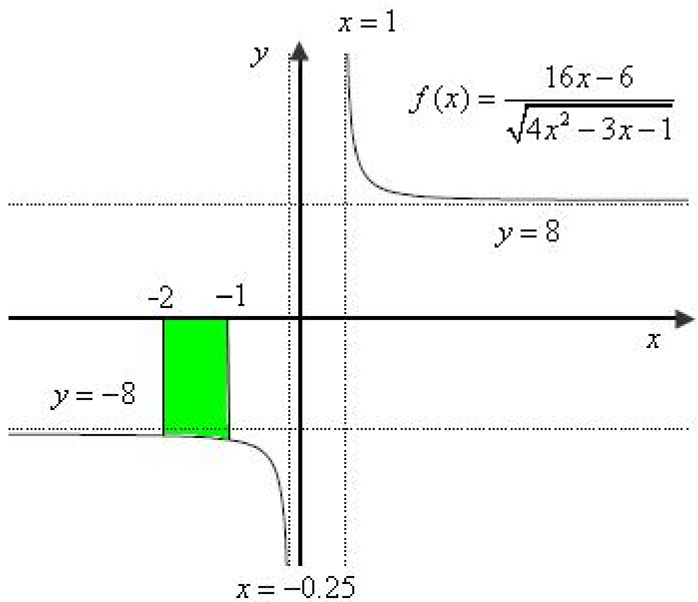
$$\lim_{x\to1^+}\frac{16x-6}{\sqrt{4x^2-3x-1}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{10}{0^+}=+\infty\quad\to\boxed{x=1}$$

$$\lim_{x\to-0.25^-}\frac{16x-6}{\sqrt{x^2-15}}=\lim_{x\to-0.25^-}\frac{-70}{0^+}=-\infty\quad\to\boxed{x=-0.25}$$

תשובה: אסימפטוטות אופקיות: $y=8$ **,** $y=-8$ **, האסימפטוטות אנכיות:** $x=1$, $x=-0.25$

ה. נתון כי הפונקציה יורדת בכל תחום שבו היא מוגדרת, כלומר עבור $x>1$ **או** $x<-0.25$

ובהתאם הסקיצה המתאימה (כולל סימון השטח עבור סעיף ו):



ו. נמצא את גודל השטח הצבוע בירוק.

$$f(x)=\frac{16x-6}{\sqrt{4x^2-3x-1}}$$

נשים לב כי המונה של $f(x)$ **גדול פי** 2 **מנגזרת הביטוי שבתוך השורש.**

לכן: $\int\frac{16x-6}{\sqrt{4x^2-3x-1}}\,dx=2\cdot2\sqrt{4x^2-3x-1}+c=4\sqrt{4x^2-3x-1}$

$$S=\int_{-2}^{-1}(0-\frac{16x-6}{\sqrt{4x^2-3x-1}})\,dx$$

$$S=(-4\sqrt{4x^2-3x-1}\,]_{-2}^{-1}$$

$$S=(-4\sqrt{4\cdot(-1)^2-3\cdot(-1)-1})-(-4\sqrt{4\cdot(-2)^2-3\cdot(-2)-1})$$

$$S=-4\sqrt{6}-(-4\sqrt{21})$$

$$\boxed{S=4(\sqrt{21}-\sqrt{6})}$$

תשובה: גודל השטח $4(\sqrt{21}-\sqrt{6})=8.532$ **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{3}{2}\cos(2x)+\frac{1}{4}\sin(4x)$ **בתחום** $0\le x\le\frac{®}{4}$**.**

$\cos 2x\ge 0$ **בתחום הנתון, כי** $\cos\sim\ \ge 0$ **בתחום** $0\le x\le\frac{®}{2}$

$\sin 4x\ge 0$ **בתחום הנתון, כי** $\sin\sim\ \ge 0$ **בתחום** $0\le x\le ®$**.**

לכן $f(x)$ **היא סכום של שני מחוברים אי-שליליים, כלומר** $f(x)\ge 0$ **.**

תשובה: הוכַח.

ב. נסמן את שיעורי הנקודה $\mathrm{A}(t,\frac{3}{2}\cos 2t+\frac{1}{4}\sin\ 4t)$ **, כאשר שיעורי הנקודה חיוביים בתום** $0\le x\le\frac{®}{4}$**.**

הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *סכום המרחקים של הנקודה* A *מהצירים*,

ומכיוון שהנקודה ברביע הראשון, הפונקציה היא למעשה סכום שיעורי הנקודה.

$$\boxed{f(t)=t+\frac{3}{2}\cos 2t+\frac{1}{4}\sin\ 4t}$$

נמצא את ערכי הפונקציה בקצות התחום הסגור:

$$f(0)=0+\frac{3}{2}\cos(2\cdot 0)+\frac{1}{4}\sin(4\cdot 0)=1.5\quad\to(0,1.5)$$

$$f(\frac{®}{4})=\frac{®}{4}+\frac{3}{2}\cos(2\cdot\frac{®}{4})+\frac{1}{4}\sin(4\cdot\frac{®}{4})=0\quad\to(\frac{®}{4},\frac{®}{4})$$

ולכן נקודות הקצה הן: $(0,1.5)$ **,** $(\frac{®}{4},\frac{®}{4})$

$$\boxed{f\,'(t) = 1 - 3\sin 2t + \cos 4t}$$

$$0 = 1 - 3\sin 2t + \cos 4t$$

$$0 = 1 - 3\sin 2t + 1 - 2\sin^2 2t \quad \leftarrow \cos 2x = 1 - 2\sin^2 2x$$

$$2\sin^2 2t + 3\sin 2t - 2 = 0$$

$$(\sin 2t)_{1,2} = \frac{-3 \pm 5}{4}$$

$$\sin 2t = 0.5 = \sin\frac{\circledR}{6} \qquad \sout{\sin 2x = -2} \qquad \leftarrow -1 \le \sin x \le 1$$

$$2x = \frac{\circledR}{6} + 2\circledR k \qquad 2x = \frac{5\circledR}{6} + 2\circledR k$$

$$x = \frac{\circledR}{12} + 2\circledR k \qquad x = \frac{5\circledR}{12} + \circledR k$$

$$k = 0 \quad \to x = \frac{\circledR}{12}$$

$$f(\frac{\circledR}{12}) = \frac{\circledR}{12} + \frac{3}{2}\cos(2\cdot\frac{\circledR}{12}) + \frac{1}{4}\sin(4\cdot\frac{\circledR}{12})$$

$$= \frac{\circledR}{12} + \frac{3}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{4}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\circledR}{12} + \frac{7\sqrt{3}}{8} \to (\frac{\circledR}{12}, \frac{\circledR}{12} + \frac{7\sqrt{3}}{8}) = (\frac{\circledR}{12}, 1.778)$$

ושיעורי הנקודה החשודה כקיצון הם $(\frac{\circledR}{12}, 1.778)$

נבנה טבלת עלייה ירידה, תוך שימוש בערכי הפונקציה ונזהה את הקיצון המוחלט.

x	$\frac{\circledR}{4}$		$\frac{\circledR}{12}$		0
$f(x)$	$\frac{\circledR}{4}$		1.778		1.5
$f\,'(x)$					
מסקנה	**Min**	↘	**Max**	↗	**Min**

על פי הטבלה, וגם על פי הסרטוט בסעיף ג, הערך המקסימלי של הפונקציה הוא 1.778 **.**

תשובה: הערך המקסימלי של סכום המרחקים של הנקודה A **מהצירים הוא** 1.778**.**

ב. על פי הטבלה, וגם על פי הסרטוט בסעיף ג, הערך המקסימלי של הפונקציה הוא $\frac{\circledR}{4} = 0.7854$ **.**

תשובה: הערך המקסימלי של סכום המרחקים של הנקודה A **מהצירים הוא** $\frac{\circledR}{4} = 0.7854$**.**

ג. הסרטוט המתאים