א. נכניס את הנתונים לטבלה מתאימה.

x **- מחיר קופסת קרם אחת (שקלים).**

$\frac{100+18}{100}\cdot x = 1.18x$ **המחיר לאחר רווח של** 18%**.**

$\frac{100+6}{100}\cdot x = 1.06x$ **המחיר לאחר רווח של** 6%**.**

סך הכול של התשלומים שווה למחיר כפול כמות .

	כמות	מחיר ליחידה ₪	סך הכול ₪
קניית	60	x	$60x$
מכירה (1)	30	x	$30x$
מכירה (2)	25	$1.18x$	$25\cdot 1.18x = 29.5x$
מכירה (3)	$60-(30+25)=5$	$1.06x$	$5\cdot 1.06x = 5.3x$

הקוסמטיקאית מכרה את כל הקופסאות בסכום כולל של 6480 **שקל**

והמשוואה המתאימה: $30x+29.5x+5.3x=6480$

נפתור את המשוואה:

$$30x+29.5x+5.3x=6480$$
$$64.8x=6480 \quad /:64.8$$
$$\boxed{x=100}$$

תשובה: $x=100$ **.**

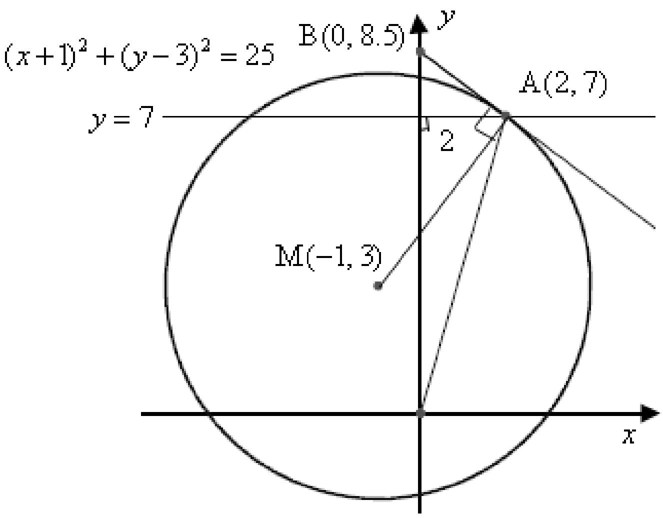
ב. הקוסמטיקאית קנתה כל הקופסאות במחיר של 6000 **שקלים** $= 60\cdot 100$ **.**

מכאן שהרווח הכולל שלה היה 480 **שקלים** $= 6480-6000$ **.**

תשובה: 480 **שקלים.**

א. הנקודה M **היא מרכז המעגל** $(x+1)^2+(y-3)^2=25$ **.**

מכאן ששיעורי מרכז המעגל $M(-1,3)$ **ורדיוסו** 5 **.**



A **נקודת החיתוך של הישר** $y=7$ **עם המעגל:**

$$(x+1)^2+(7-3)^2=25$$
$$(x+1)(x+1)+16=25$$
$$x^2+x+x+1+16-25=0$$
$$x^2+2x-8=0$$
$$x_{1,2}=\frac{-2\pm 6}{2} \quad \rightarrow x=2,-4$$

פתרון שני נפסל כי A **ברביע הראשון.**

תשובה: $A(2,7)$

ב. נמצא את שיפוע הישר MA **.**

$$m_{MA}=\frac{3-7}{-1-2}=\frac{-4}{-3}=\frac{4}{3}$$

תשובה: $m_{MA}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$

ג. המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה, ולכן על פי תנאי ניצבות $\frac{4}{3}m_2=-1 \quad \rightarrow m_2=\frac{-1}{\frac{4}{3}} \quad \rightarrow m_2=-\frac{3}{4}$

או, כיוון שהשיפועים הופכיים ונגדיים, הרי ששיפוע המשיק הוא $-\frac{3}{4}$

$$A(2,7)\ ,\ m=-\frac{3}{4}$$
$$y-7=-\frac{3}{4}(x-2)$$
$$y-7=-\frac{3}{4}x+1.5$$
$$y=-\frac{3}{4}x+8.5$$

תשובה: משוואת המשיק בנקודה A **היא** $y=-\frac{3}{4}x+8.5$

ד. הנקודה B **היא חיתוך של ציר ה-** $y\ (x=0)$ **עם המשיק** $y=-\frac{3}{4}x+8.5$ **ולכן** $B(0,8.5)$ **.**

שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה.

$$\mathrm{OB} = y_{\mathrm{B}} - 0 = 8.5 - 0 = 8.5$$
$$h = x_{\mathrm{A}} - 0 = 2 - 0 = 2$$
$$S_{\Delta\mathrm{ABO}} = \frac{8.5 \cdot 2}{2} = 6 \quad \rightarrow \boxed{S_{\Delta\mathrm{ABO}} = 8.5}$$

תשובה: שטח המשולש ABO **הוא** 8.5 **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{1}{3x+a}$ **, שאינה מוגדרת עבור** $x=-4$ **בלבד.**

כלומר $x=-4$ **מאפס את המכנה.**

$$3\cdot(-4)+a=0$$

$$\boxed{a=12}$$

תשובה: $a=12$

נציב $a=12$ **ונקבל:** $\boxed{f(x)=\frac{1}{3x+12}}$

ב. (1) בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$

$$f(0)=\frac{1}{3\cdot 0+12}=\frac{1}{12}\quad\rightarrow\boxed{(0,\frac{1}{12})}$$

תשובה: $(0,\frac{1}{12})$

(2) בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$

$$0=\frac{1}{3x+12}\quad /\cdot(3x+12)\quad\rightarrow 0=1$$

אין פתרון

תשובה: אין נקודת חיתוך עם ציר ה- x

ג. נראה שהפונקציה יורדת בכל תחום שהיא מוגדרת בו

$$\boxed{f(x)=\frac{1}{3x+12}}\quad\boxed{f'(x)=\frac{-3}{(3x+12)^2}}$$

$$0=\frac{-3}{(3x+12)^2}\quad\rightarrow 0=-3$$

אין פתרון ואין נקודות קיצון.

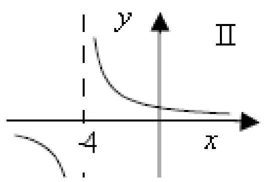
ניתן גם להסביר: כיוון שמכנה הנגזרת חיובי, והמונה שלילי – הרי שהנגזרת אינה מתאפסת ואין נקודות קיצון.

נבנה טבלה לזיהוי ותחומי עלייה וירידה (מכנה הנגזרת חיובי)

$f'(-2)=\frac{-3}{+}<0,\quad f'(-5)=\frac{-3}{+}<0,$ **(ניתן גם להסביר שפונקצית הנגזרת שלילית לכל** $x\neq -4$ **)**

x	-2	-4	-5
y'	-	$x\neq 0$	-
מסקנה	↘		↘

תשובה: הפונקציה יורדת עבור $x>-4$ **או** $x<-4$ **, כלומר בכל תחום שבו היא מוגד**



נכתב ע"י עפר ילין

ד. גרף II מתאר את הפונקציה $f(x)$, לפי סעיפים א-ב-ג:

כי בו הפונקציה יורדת עבור $x > -4$ או $x < -4$

והגרף אינו חותך את ציר ה- x .

א. (1) נתונה הפונקציה $y=-x^2-6x+a$.

בנקודת המקסימום שווה ערך הנגזרת ל- 0

$$\boxed{y'=-2x-6}$$
$$0=-2x-6$$
$$2x=-6 \quad /:2$$
$$x=-3$$

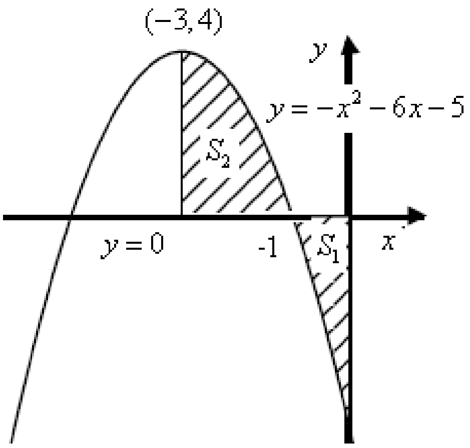
תשובה: $x=-3$

(2) בנקודת המקסימום של הפונקציה $y=4$ **, לכן:**

$$4=-(-3)^2-6\cdot(-3)-a$$
$$a=9-4=5$$

תשובה: $a=5$

נציב $a=-5$ **ונקבל** $\boxed{y=-x^2-6x-5}$



ב. נחשב שני שטחים:

בנקודות החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$

$$0=-x^2-6x-5 \quad \to x_{1,2}=\frac{6\pm4}{-2}$$
$$x_1=\frac{6+4}{-2}=\frac{10}{-2}=-5 \quad x_2=\frac{6-4}{-2}=\frac{2}{-2}=-1$$

ולכן $x=-1$ **מפריד בין שני השטחים**

	S_1	S_2
פונקציה עליונה	$y=0$	$y=-x^2-6x-5$
פונקציה תחתונה	$y=-x^2-6x-5$	$y=0$
x **גדול**	$x=0$	$x=-1$
x **קטן**	$x=-1$	$x=-3$

$$=\int_{-1}^{0}(0-(-x^2-6x-5))\,dx=\int_{-1}^{0}(x^2+6x+5)\,dx$$
$$=\frac{x^3}{3}+\frac{6x^2}{2}+5x\Big]_{-1}^{0}$$
$$=(\frac{0^3}{3}+\frac{6\cdot0^2}{2}+5\cdot0)-(\frac{(-1)^3}{3}+\frac{6\cdot(-1)^2}{2}+5\cdot(-1))$$
$$=0-(-2\frac{1}{3}) \quad \to \boxed{S_1=2\frac{1}{3}}$$

$$S_2=\int_{-3}^{-1}(-x^2-6x-5-0)\,dx=-\frac{x^3}{3}-\frac{6x^2}{2}-5x\Big]_{-3}^{-1}$$
$$S_2=(-\frac{(-1)^3}{3}-\frac{6\cdot(-1)^2}{2}-5\cdot(-1))-(-\frac{(-3)^3}{3}-\frac{6\cdot(-3)^2}{2}-5\cdot(-3))$$
$$S_2=-2\frac{1}{3}-(-3) \quad \to \boxed{S_2=5\frac{1}{3}}$$

והשטח המבוקש: $S = S_1 + S_2 = 2\frac{1}{3} + 5\frac{1}{3} = 7\frac{2}{3}$

תשובה: $7\frac{2}{3}$ **יח"ר.**

א. נתון כי $x, y > 0$ **כאשר** $y(x+2)=9$ **, כלומר** $y=\dfrac{9}{x+2}$

הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *הסכום* $x+y$ **.**

$$\boxed{f(x)=x+\frac{9}{x+2}}$$

$$f'(x)=1-\frac{9}{(x+2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{(x+2)^2-9}{(x+2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{(x+2)(x+2)-9}{(x+2)^2}$$

$$f'(x)=\frac{x^2+2x+2x+4-9}{(x+2)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{x^2+4x-5}{(x+2)^2}}$$

$$0=\frac{x^2+4x-5}{(x+2)^2} \quad /\cdot(x+2)^2$$

$$0=x^2+4x-5$$

$$x_{1,2}=\frac{-4\pm 6}{2}$$

$$x=1 \quad \leftarrow x>0$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי)

$f'(0.5)=0.5^2+4\cdot 0.5-5<0, \quad f'(2)=2^2+4\cdot 2-5>0$

x	2	1	0.5	0
y'	+	0	-	
מסקנה	$\nearrow$	Min	$\searrow$	

ב- $x=1$ **עוברים מירידה לעלייה ולכן מינימום , כאשר** $y=\dfrac{9}{1+2}=\dfrac{9}{3}=3$

תשובה: $x=1, y=3$ **, עבורם הסכום** $x+y$ **הוא מינימלי.**

ב. הסכום המינימלי הוא $1+3=4$

תשובה: הסכום המינימלי הוא 4

נכתב ע"י עפר ילין

6 (למבחן מותאם בלבד) בגרות עא ינואר 11 מועד חורף שאלון 35003

א. **נתונה הפונקציה** $f(x)=16x^2+\frac{4}{x}$.

תחום ההגדרה של הפונקציה $x\neq 0$ **, כי** $x=0$ **מאפס את המכנה.**

תשובה: $x=0$

ב. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון:

$$f'(x)=32x-\frac{4}{x^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{32x^3-4}{x^2}}$$

$$0=\frac{32x^3-4}{x^2}$$

$$32x^3-4=0$$

$$32x^3=4$$

$$x^3=0.125$$

$$x=\sqrt[3]{0.125}=0.5$$

$$f(0.5)=16\cdot 0.5^2+\frac{4}{0.5}=12 \quad \rightarrow \boxed{(0.5,12)}$$

$$f'(-1)=\frac{32\cdot(-1)^3-4}{(-1)^2}=-36<0,$$

$$f'(0.4)=\frac{32\cdot 0.4^3-4}{0.4^2}=-12.2<0, \quad f'(1)=\frac{32\cdot 1^3-4}{1^2}=28>0$$

x	1	0.5	0.4	0	-1
y'	**+**	0	**-**		**+**
מסקנה	↗	**Min**	↘		↗

תשובה: $(0.5,12)$ **מינימום**

ג. נמצא את נקודת ההשקה: $(1,20)$ $\leftarrow$ $f(1)=16\cdot 1^2+\frac{4}{1}=20$

על פי הסעיף הקודם: $m=f'(1)=28$

$$y-20=28(x-1)$$

$$y-20=28x-28$$

$$\boxed{y=28x-20}$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=28x-20$.

נכתב ע"י עפר ילין

ד. (1) על פי טבלת העלייה והירידה הפונקציה עולה עבור $x=2$ **.**

(2) על פי טבלת העלייה והירידה הפונקציה יורדת עבור $x=-1$.