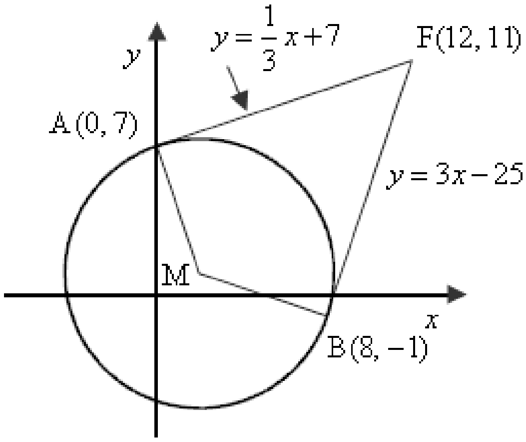
א. מצא את שיעורי הנקודה F , נקודת החיתוך של שני המשיקים.



משוואת המשיק בנקודה $A(0,7)$ **היא** $y=\frac{1}{3}x+7$ **,**

ומשוואת המשיק בנקודה $B(8,-1)$ **היא** $y=3x-25$ **.**

$$\frac{1}{3}x+7=3x-25$$
$$-2\frac{2}{3}x=-32 \quad /:-2\frac{2}{3}$$
$$x=12 \quad \rightarrow y=3\cdot 12-25=11$$

תשובה: $F(12,11)$ **.**

ב. (1) רדיוס מאונך למשיק בנקודת ההשקה.

על פי תנאי ניצבות.

$$m_{AF}=\frac{1}{3} \quad \rightarrow m_{MA}=-3$$
$$m_{BF}=3 \quad \rightarrow m_{MB}=-\frac{1}{3}$$

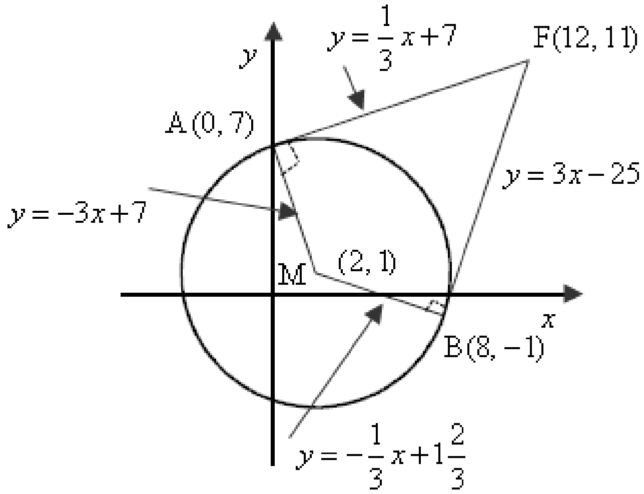
תשובה: $m_{MA}=-3$ **,** $m_{MB}=-\frac{1}{3}$**.**

(2) נמצא את משוואות שני הרדיוסים, MA **ו-** MF

ואת שיעורי הנקודה M **, מרכז המעגל, נקודת החיתוך ביניהם**

$$m_{MA}=-3, A(0,7) \quad \rightarrow y-7=-3(x-0)$$
$$y-7=-3x$$
$$MA\equiv \boxed{y=-3x+7}$$

$$m_{MB}=-\frac{1}{3}, B(8,-1) \quad \rightarrow y-(-1)=-\frac{1}{3}(x-8)$$
$$y+1=-\frac{1}{3}x+2\frac{2}{3}$$
$$MB\equiv \boxed{y=-\frac{1}{3}x+1\frac{2}{3}}$$



$$-\frac{1}{3}x+1\frac{2}{3}=-3x+7$$
$$2\frac{2}{3}x=5\frac{1}{3} \quad /:2\frac{2}{3}$$
$$x=2 \quad \rightarrow y=-3\cdot 2+7=1$$

תשובה: $M(2,1)$ **.**

ג. (1) נחשב את שטח המשולש AMF **.**

זהו משולש ישר זווית, כי הרדיוס מאונך למשיק.

בהתאם: $S_{\Delta AMF} = \frac{MA \cdot AF}{2}$ **.**

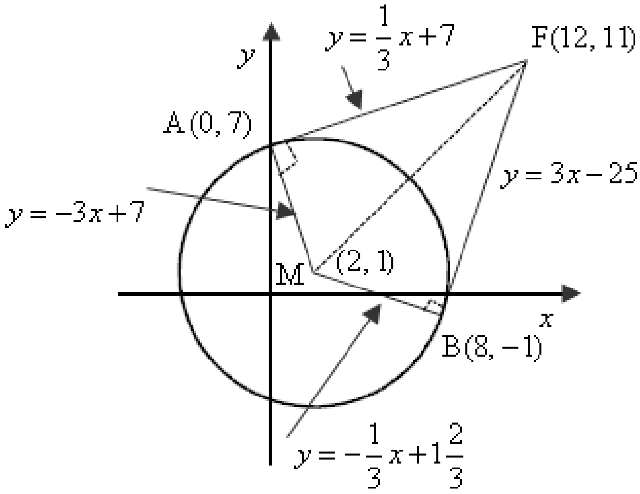
על פי נוסחת מרחק בין שתי נקודות בנוסחאון:

$$d^2_{MA} = (0-2)^2 + (7-1)^2 = 40 \to MA = \sqrt{40}$$

$$d^2_{AF} = (0-12)^2 + (7-11)^2 = 160 \to MA = \sqrt{160}$$

$$S_{\Delta BDC} = \frac{\sqrt{40} \cdot \sqrt{160}}{2} = 40$$ **יח"ר**

תשובה: שטח משולש AMF **הוא** 40 **יח"ר .**



(2) כיוון ש- AMBF **הוא דלתון, הרי שהמשולשים** AMF **ו-** MBF **זהים (חופפים),**

לכן גם שטחו של משולש MBF **הוא** 40 **יח"ר .**

שטח הדלתון הוא 80 **יח"ר** $= 40 + 40$ **.**

תשובה: שטח הדלתון AMBF **הוא** 80 **יח"ר.**

א. נסמן ב- x **(שקלים) את מחיר הטיסה המוצע על ידי חברת "נופשון"**

נסמן ב- y **(שקלים) את מחיר יום אירוח במלון המבוקש על ידי חברת "נופשון"**

חברת "טיולון" מציעה את הטיסה במחיר הנמוך ב- 20% **מההצעה של חברת "נופשון",**

בהתאם, המחיר המבוקש לטיסה בחברת "טיולון" הוא $\frac{100-20}{100}\cdot x=0.8x$

עבור כל יום אירוח במלון היא מבקשת מחיר הגבוה ב- 25% **מההצעה של חברת "נופשון".**

בהתאם, המחיר המבוקש ליום אירוח בחברת "טיולון" הוא $\frac{100+25}{100}\cdot y=1.25y$

המחיר הכולל של חבילת הנופש, טיסה וארבעה ימי אירוח במלון, זהה בשתי החברות.

המשוואה המתאימה היא: $x+4y=0.8x+4\cdot 1.25y \quad \rightarrow 0.2x-y=0$

יאיר החסכן בחר להזמין את הטיסה הזולה יותר דרך חברת "טיולון" ואת ימי האירוח במלון דרך חברת "נופשון", ושילם בסה"כ 3200 **שקלים.**

המשוואה המתאימה היא: $0.8x+4y=3200$

נפתור את מערכת המשוואות

$$\begin{cases}0.2x-y=0 \quad /\cdot 4\\ 0.8x+4y=3200\end{cases}$$

$$+\begin{cases}0.8x-4y=0\\ 0.8x+4y=3200\end{cases}$$

$$1.6x=3200 \quad /:1.6$$

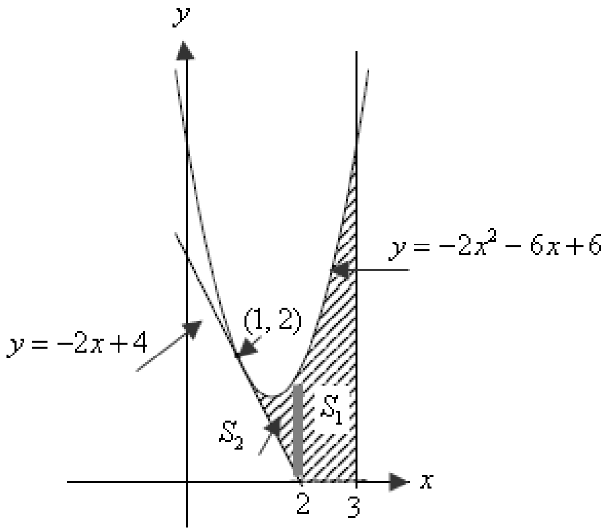
$$x=2000 \quad \rightarrow 0.2\cdot 2000-y=0 \quad \rightarrow y=400$$

תשובה: המחיר של הטיסה בחברת "נופשון" הוא 2000 **שקלים.**

ב. נמצא את המחיר הכולל של חבילת הנופש בחברת "נופשון".

$x+4y=2000+4\cdot 400=$ 3600 **שקלים**

תשובה: המחיר הכולל של חבילת הנופש בחברת "נופשון" הוא 3600 **שקלים.**



א. ישר משיק לגרף הפונקציה $y=2x^2+3ax+6$.

בנקודה שבה $x=1$ **, שיפוע המשיק הוא** -2 ,

ולכן $f'(1)=-2$

$$f'(x)=4x+3a$$
$$-2=4\cdot 1+3a$$
$$-6=3a \quad /:(-3)$$
$$\boxed{a=-2}$$

תשובה: $a=-2$

ב. נציב $a=-2$ **במשוואת הפונקציה ונקבל** $y=2x^2-6x+6$

נציב $x=1$ **ונקבל** $y=2\cdot 1^2-6\cdot 1+6=2$.

ולכן שיעורי נקודת ההשקה הם $(1,2)$ **, כאשר השיפוע** -2 **נתון.**

$$y-2=-2(x-1)$$
$$y-2=-2x+2$$
$$\boxed{y=-2x+4}$$

תשובה: משוואת המשיק $y=-2x+4$

ג. (1) בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$.

$$0=-2x+4$$
$$2x=4 \quad /:2$$
$$x=2 \quad \rightarrow \boxed{(2,0)}$$

תשובה: $(2,0)$

ב. נעלה מ- $B(2,0)$ **את האנך** $x=2$ **ונחשב שני שטחים בנפרד:**

	S_1	S_2
פונקציה עליונה	$y=-2x^2-6x+6$	$y=2x^2-6x+6$
פונקציה תחתונה	$y=0$	$y=-2x+4$
x **גדול**	$x=3$	$x=2$
x **קטן**	$x=2$	$x=1$

$$S_2=\int_1^2 (2x^2-6x+6-(-2x+4))\,dx$$
$$S_2=\int_1^2 (2x^2-6x+6+2x-4)\,dx$$
$$S_2=\int_1^2 (2x^2-4x+2)\,dx$$
$$S_2=\frac{2x^3}{3}-\frac{4x^2}{2}+2x\Big]_1^2$$
$$S_2=(\frac{2\cdot 2^3}{3}-\frac{4\cdot 2^2}{2}+2\cdot 2)-(\frac{2\cdot 1^3}{3}-\frac{4\cdot 1^2}{2}+2\cdot 1)$$
$$S_2=1\frac{1}{3}-\frac{2}{3} \quad \rightarrow \boxed{S_1=\frac{2}{3}}$$

$$S_1 = \int_2^3 (2x^2 - 6x + 6 - 0)\, dx =$$

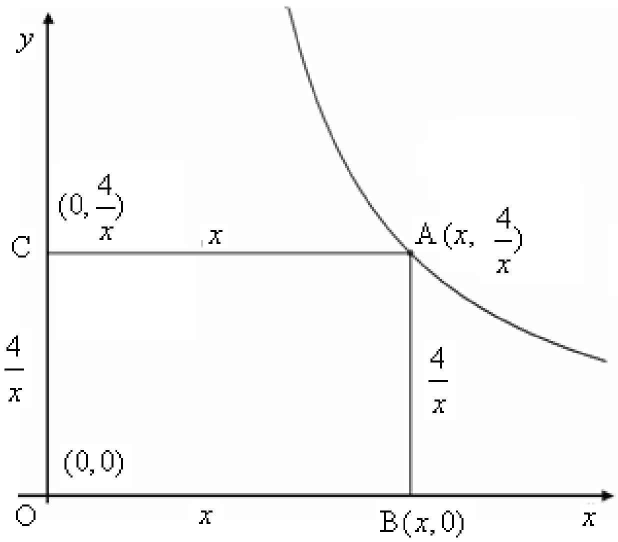
$$S_1 = \frac{2x^3}{3} - \frac{6x^2}{2} + 6x\Big]_2^3$$

$$S_1 = (\frac{2\cdot 3^3}{3} - \frac{6\cdot 3^2}{2} + 6\cdot 3) - (\frac{2\cdot 2^3}{3} - \frac{6\cdot 2^2}{2} + 6\cdot 2)$$

$$S_1 = 9 - 5\frac{1}{3} \quad \rightarrow \boxed{S_1 = 3\frac{2}{3}}$$

והשטח המבוקש: $S = S_1 + S_2 = 3\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 4\frac{1}{3}$

תשובה: $4\frac{1}{3}$ **יח"ר.**



א. הפונקציה שיש להביא *למינימום* היא *היקף המלבן*

שיעורי הנקודה A **הנמצאת על גרף**

הפונקציה $y=\frac{4}{x}$ **הם** $A(x,\frac{4}{x})$ **.**

הנקודה C **נמצאת על ציר ה-** y **,**

AC **מקביל לציר ה-** x **, לכן** $AC=x$

הנקודה B **נמצאת על ציר ה-** x **,**

AB **מקביל לציר ה-** y **, לכן** $AB=\frac{4}{x}$

$$P(x)=2AC+2AB$$

$$P(x)=2x+2\cdot\frac{4}{x}$$

$$\boxed{P(x)=2x+\frac{8}{x}}$$

$$p'(x)=2-\frac{8\cdot 1}{x^2}\quad\rightarrow\boxed{p'(x)=2-\frac{8}{x^2}}$$

$$0=2-\frac{8}{x^2}$$

$$0=2x^2-8$$

$$-2x^2=-8\quad /:(-2)$$

$$x^2=4$$

$$x=2\quad\leftarrow x_A>0$$

A **ברביע הראשון לכן** $x_A=2$

$$P'(1)=2-\frac{8}{1^2}=-6<0,\quad f'(3)=2-\frac{8}{3^2}=1.11>0$$

x	3	2	1
P'	+	0	-
מסקנה	↗	**Min**	↘

הפונקציה עוברת מירידה לעלייה ולכן זו נקודת מינימום.

תשובה: $x_A=2$ **.**

ב. נמצא את ההיקף המינימלי של המלבן ABOC **.**

$y(2)=\frac{4}{2}=2$ **ובהתאם שיעורי הנקודה** $A(2,2)$

$P=2\cdot 2+2\cdot 2=8$ **(ניתן גם** $P(2)=2\cdot 2+\frac{8}{2}=8$ **)**

תשובה: ההיקף המינימלי של המלבן הוא 8 **יח'. (במקרה זה המלבן הוא ריבוע)**

נכתב ע"י עפר ילין

א. נתונה הפונקציה $f(x)=(x+\frac{1}{2})(x^2-4)$

בנקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$

נציב $x=0$ **בתבנית הפונקציה ונקבל** $f(0)=(0+\frac{1}{2})\cdot(0^2-4)=\frac{1}{2}\cdot(-4)=-2$

תשובה: $(0,-2)$

ב. נמצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)=(x+\frac{1}{2})(x^2-4)$

$$f(x)=(x+\frac{1}{2})(x^2-4)$$

$$f(x)=x^3-4x+\frac{1}{2}x^2-2$$

$$\boxed{f(x)=x^3+\frac{1}{2}x^2-4x-2}$$

$$\boxed{f'(x)=3x^2+x-4}$$

$$0=3x^2+x-4$$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm 7}{6}$$

$$x_1=\frac{-1+7}{6}=\frac{6}{6}=1$$

$$x_2=\frac{-1-7}{6}=\frac{-8}{6}=-1\frac{1}{3}$$

$f'(-2)=3\cdot(-2)^2+(-2)-4=6>0,\quad f'(0)=3\cdot 0^2+0-4=-4<0,\quad f'(2)=3\cdot 2^2+2-4=10>0$

x	2	1	0	$-1\frac{1}{3}$	-2
P'	+	0	-	0	+
מסקנה	↗	Min	↘	Max	↗

תשובה: $x=-1\frac{1}{3}$ **מקסימום,** $x=1$ **מינימום.**

ג. תחומי עלייה וירידה על פי הטבלה:

תשובה: עלייה $x>1$ **או** $x<-1\frac{1}{3}$, **ירידה** $-1\frac{1}{3}<x<1$

ד. בנקודת מינימום (נקודת קיצון) שיפוע המשיק הוא 0 **ומשוואת המשיק היא של פונקציה קבועה.**

$$f(1)=(1+\frac{1}{2})\cdot(1^2-4)=1\frac{1}{2}\cdot(-3)=-4.5$$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=-4.5$.

נכתב ע"י עפר ילין

א. נתונה הפונקציה $y = x + \frac{a}{x} - 5$

לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -2$ **,** $f'(-2) = 0$

$$y' = 1 - \frac{a}{x^2}$$

$$0 = 1 - \frac{a}{(-2)^2} \quad \leftarrow f'(-2) = 0$$

$$0 = 1 - \frac{a}{4} \quad \rightarrow 0 = 4 - a$$

$$\boxed{a = 4}$$

תשובה: $a = 4$

נציב $a = 4$ **ובהתאם** $\boxed{y = x + \frac{4}{x} - 5}$

ב. תשובה: תחום ההגדרה $x \neq 0$ **(אם מכנה מתאפס, הפונקציה אינה מוגדרת)**

ג. נמצא את שיעורי נקודות הקיצון:

$$\boxed{f'(x) = 1 - \frac{4}{x^2}}$$

$$0 = 1 - \frac{4}{x^2} \quad \rightarrow x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4 \quad \rightarrow x = \pm 2$$

$$x = 2 \quad \rightarrow f(2) = 2 + \frac{4}{2} - 5 \quad \rightarrow \boxed{(2, -1)}$$

$$x = -2 \quad \rightarrow f(-2) = -2 + \frac{4}{-2} - 5 \quad \rightarrow \boxed{(-2, -9)}$$

$$f'(1) = 1 - \frac{4}{1^2} = -3 < 0, \qquad f'(3) = 1 - \frac{4}{3^2} = \frac{5}{9} > 0$$

$$f'(-3) = 1 - \frac{4}{(-3)^2} = \frac{5}{9} > 0, \quad f'(-1) = 1 - \frac{4}{(-1)^2} = -3 < 0$$

-3	-2	-1	0	1	2	3	x
+	0	-		-	0	+	y'
↗	Max	↘		↘	Min	↗	**מסקנה**

תשובה: $(2, -1)$ **מינימום,** $(-2, -9)$ **מקסימום**

ד. בנקודת חיתוך עם ציר ה- x מתקיים $y=0$

$$0=x+\frac{4}{x}-5$$
$$0=x^2+4-5x$$
$$0=x^2-5x+4$$
$$x_{1,2}=\frac{5\pm3}{2}$$
$$x_1=\frac{5+3}{2}=\frac{8}{2}=4 \quad \rightarrow \boxed{(4,0)}$$
$$x_2=\frac{5-3}{2}=\frac{2}{2}=1 \quad \rightarrow \boxed{(1,0)}$$

תשובה: $(4,0)$ **,** $(1,0)$