(1) ΔABC **הוא ישר זווית,** $\sphericalangle ACB = 90°$ **(נתון)**

$\sphericalangle BAC = 2\alpha$ **(נתון)**

K **מפגש חוצי זוויות במשולש ולכן** AK, BK, CK **חוצי זוויות (נתון)**

$\sphericalangle KAB = \alpha$ **(חישוב)**

$\sphericalangle ABC = 90° - 2\alpha$ **(סכום זוויות משולש** ΔABC $180°$**)**

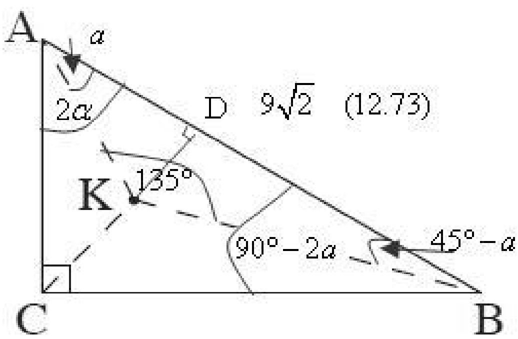
$\sphericalangle ABK = \dfrac{90° - 2\alpha}{2} = 45° - \alpha$ **(חישוב)**

$\sphericalangle AKB = 180° - (\alpha + 45° - \alpha) = 135°$ **(סכום זוויות** ΔAKB $180°$**)**

תשובה: $\sphericalangle AKB = 135°$

(2) נמצא את אורך הצלע AB **, כאשר נתון כי רדיוס המעגל החוסם את** ΔAKB **הוא** 9 **ס"מ.**

על פי משפט הסינוסים:



$\underline{\Delta AKB}$

$$\frac{AB}{\sin \sphericalangle AKB} = 2R$$

$$\frac{AB}{\sin 135°} = 2 \cdot 9$$

$$\boxed{AB = 9\sqrt{2} \quad (12.73)}$$

תשובה: אורך הצלע AB **הוא** (12.73) $9\sqrt{2}$ **ס"מ**

ב. נמצא את הגובה KD **, שהוא למעשה רדיוס המעגל החסום ב-** ΔABC **(מפגש חוצי זוויות)**

נשתמש פעמיים במשפט הסינוסים:

$\underline{\Delta AKB}$

$$\frac{AK}{\sin \sphericalangle DBK} = \frac{AB}{\sin \sphericalangle AKB}$$

$$\frac{AK}{\sin(45° - \alpha)} = \frac{9\sqrt{2}}{\sin 135°}$$

$$\boxed{AK = 18 \sin(45° - \alpha)}$$

$\underline{\Delta AKD}$

$$\sin \sphericalangle KAD = \frac{KD}{AK}$$

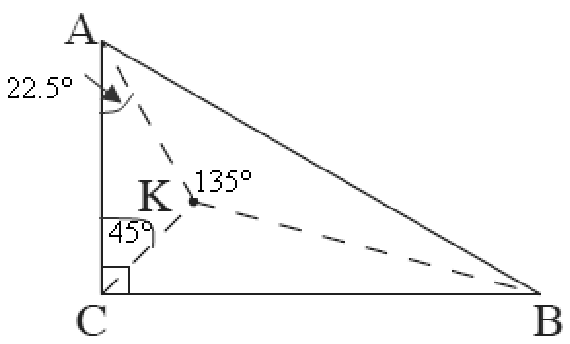
$$\sin \alpha = \frac{KD}{18 \sin(45° - \alpha)}$$

$$\boxed{KD = 18 \sin(45° - \alpha) \sin \alpha}$$

תשובה: $KD = 18 \sin(45° - \alpha) \sin \alpha$

נכתב ע"י עפר ילין

ג. נתון שהגובה KD **הוא גם תיכון ב-** ΔAKB**, הרי שהמשולש שווה שוקיים וזוויות הבסיס שוות.**



$\underline{\Delta AKB}$

$$\frac{CK}{\sin \angle CAK} = \frac{AK}{\sin \angle ACK}$$

$$\frac{CK}{\sin 22.5^\circ} = \frac{18 \sin(45^\circ - 22.5^\circ)}{\sin 45^\circ}$$

$$\boxed{CK = 3.728}$$

תשובה: אורך CK **הוא** 3.728 **ס"מ.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\cos 2x+2\sin x+a$ **בתחום** $0\le x\le p$ **,** a **הוא פרמטר שונה מאפס.**

(1) נמצא את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה עבור $x=\frac{p}{6}$

$$f'(x)=-2\sin 2x+2\cos x$$

$$f'(\frac{p}{6})=-2\sin(2\cdot\frac{p}{6})+2\cos\frac{p}{6}=-2\frac{\sqrt{3}}{2}+2\frac{\sqrt{3}}{2}=0$$

תשובה: שיפוע המשיק הוא 0**.**

(2) כיוון ששיפוע המשיק הוא 0, **הרי שמשוואת המשיק היא של פונקציה קבועה,** $y=k$.

נציב: $x=\frac{1}{4}$ **במשוואת הישר** $y=2x+1$ **ונקבל** $y=2\cdot\frac{1}{4}+1=1.5$ **, שהוא גם שיעור ה-** y **של נקודת ההשקה.**

תשובה: משוואת המשיק $y=1.5$.

(2) נציב את שיעורי נקודת ההשקה $(\frac{p}{6},1.5)$ **בתבנית הפונקציה.**

$$1.5=\cos(2\cdot\frac{p}{6})+2\sin\frac{p}{6}+a$$

$$1.5=0.5+2\cdot 0.5+a$$**.**

$$\boxed{a=0}$$

תשובה: $a=0$

ב. נציב $a=0$ **ונקבל:** $\boxed{f(x)=\cos 2x+2\sin x}$

נמצא תחילה את נקודות הקצה

$$f(0)=\cos(2\cdot 0)+2\sin 0=1 \quad\to (0,1)$$

$$f(p)=\cos(2\cdot p)+2\sin p=1 \quad\to (p,1)$$

$$\boxed{f'(x)=-2\sin 2x+2\cos x}$$

$$0=-2\sin 2x+2\cos x$$

$$0=-4\sin x\cos x+2\cos x \quad\leftarrow \sin 2a=2\sin a\cos a$$

$$2\cos x(-2\sin x+1)=0$$

$$\cos x=0 \qquad \sin x=0.5=\sin\frac{p}{6}$$

$$x=\frac{p}{2}+pk \qquad x=\frac{p}{6}+2pk \qquad x=\frac{5p}{6}+2pk$$

k	$x=\frac{p}{2}+pk$	$x=\frac{p}{6}+2pk$	$x=\frac{5p}{6}+2pk$
0	$x=\frac{p}{2}$	$x=\frac{p}{6}$	$x=\frac{5p}{6}$
1	-	-	-

$$x=\frac{p}{6} \quad\to(\frac{p}{6},1.5)$$

$$f(\frac{p}{2})=\cos(2\cdot\frac{p}{2})+2\sin\frac{p}{2}=1 \quad\to(\frac{p}{2},1)$$

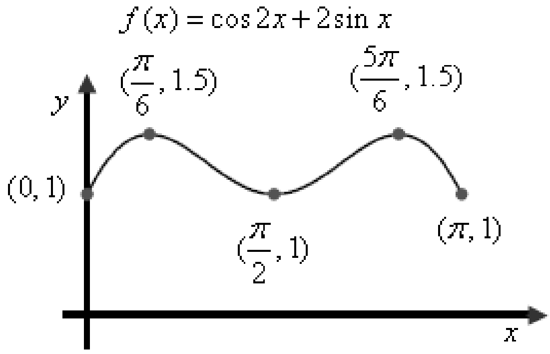
$$f(\frac{5p}{6})=\cos(2\cdot\frac{5p}{6})+2\sin\frac{5p}{6}=1.5 \quad\to(\frac{5p}{6},1.5)$$

נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה, בעזרת ערכי הפונקציה

x	0		$\frac{p}{6}$		$\frac{p}{2}$		$\frac{5p}{6}$		$2p$
$f(x)$	1		1.5		1		1.5		1
$f'(x)$		$+$		$-$					
מסקנה	Min	↗	Max	↘	Min	↗	Max	↘	Min

תשובה: $(0,1)$ **,** $(\frac{p}{2},1)$ **,** $(p,1)$ **מינימום מוחלט,** $(\frac{p}{6},1.5)$ **,** $(\frac{5p}{6},1.5)$ **מקסימום מוחלט.**

ג. הסקיצה המתאימה:



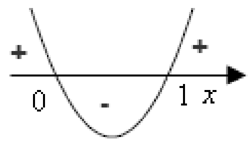
ד. נקודת החיתוך של הישר $y=2x+1$ **עם ציר ה-** y **היא** $(0,1)$**, כאשר שיפוע הישר הוא** 2 **.**

$f'(0)=-2\sin(2\cdot 0)+2\cos 0=2$ **.**

כלומר, שיפוע הישר שווה לערך הנגזרת בנקודה $(0,1)$ **ולכן הישר משיק לפונקציה בנקודה זו.**

תשובה: הוּכַח.

א. נתונה הפונקציה $f(x)=-3x\sqrt{x^2-x}$.



תחום ההגדרה, ביטוי בתוך השורש הוא אי-שלילי.

$$x^2-x\ge 0$$
$$x(x-1)\ge 0$$

הביטוי מייצג גרף של פרבולה ישרה (בעלת מינימום), המתאפסת עבור $x=0$ **או** $x=1$

תשובה: $x\ge 1$ **או** $x\le$

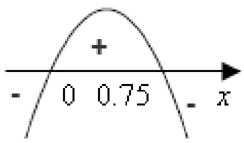
ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ונקבל את הנקודה** $(0,0)$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ונקבל את הנקודות** $(0,0)$ **,** $(1,0)$

תשובה: $(0,0)$ **,** $(1,0)$

ג. נראה שהפונקציה יורדת בתחום $x>1$ **או** $x<0$

$$f'(x)=-3\sqrt{x^2-x}+\frac{-3x(2x-1)}{2\sqrt{x^2-x}}$$
$$f'(x)=\frac{-6(x^2-x)-3x(2x-1)}{2\sqrt{x^2-x}}$$
$$f'(x)=\frac{-6x^2+6x-6x^2+3x}{2\sqrt{x^2-x}}$$
$$\boxed{f'(x)=\frac{-12x^2+9x}{2\sqrt{x^2-x}}}$$
$$0=-12x^2+9x \quad \to 0=x(-12x+9) \quad \to x=0,\ x=0.75$$



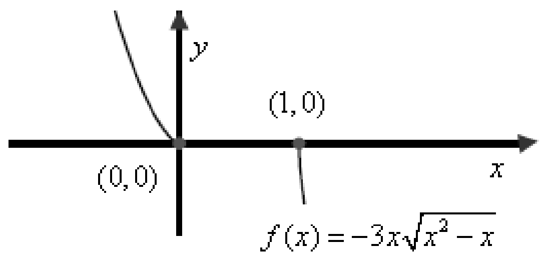
עבור $x=0$ **הנגזרת אינה מוגדרת, כאשר** $x=0.75$ **אינו בתחום ההגדרה.**

כיוון שמכנה הנגזרת חיובי, הרי שסימן הנגזרת נקבע ע"י המונה,

כאשר הפרבולה ההפוכה משמאל מראה כי הנגזרת שלילית עבור $x>1$ או $x<0$

תשובה: $f(x)$ **יורדת בתחום ההגדרה** $x>1$ או $x<0$.

ד. הסקיצה המתאימה



ה. הישר $x=k$ **אינו חותך את גרף הפונקציה בתחום שהיא <u>אינה</u> מוגדרת בו.**

תשובה: $0<k<1$.

נכתב ע"י עפר ילין

א. נתונות הפונקציות $f(x)=e^{2x}-3e^x$ **בתחום** $x \le 0$ **.**

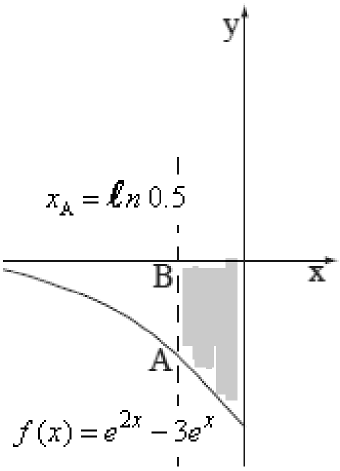
נתון כי אורך הקטע AB **הוא** 1.25**. כיוון ש-** $y_B=0$ **, הרי ש-** $y_A=-1.25$ **.**

(עבור $x<0$ **מתקיים** $e^{2x}<e^x$ **ובהכרח** $f(x)=e^{2x}-3e^x$ **שלילית בתחום זה)**

$$-1.25=e^{2x}-3e^x$$
$$e^{2x}-3e^x+1.25=0$$
$$(e^x)_{1,2}=\frac{3\pm 2}{2}$$
$$e^x=2.5 \quad \rightarrow \cancel{x=\ln 2.5>0}$$
$$e^x=0.5 \quad \rightarrow \boxed{x_A=\ln 0.5}<0 \quad o.k.$$

תשובה: $x_A=\ln 0.5$ **.**

ב. נחשב את השטח המבוקש:



$$S=\int_{\ln 0.5}^{0}(0-(e^{2x}-3e^x))dx$$
$$S=\int_{\ln 0.5}^{0}(-e^{2x}+3e^x)dx$$
$$S=-\frac{e^{2x}}{2}+3e^x\Big]_{\ln 0.5}^{0}$$
$$S=(-\frac{e^{2\cdot 0}}{2}+3e^0)-(-\frac{e^{2\cdot \ln 0.5}}{2}+3e^{\ln 0.5})$$
$$S=(-0.5+3)-(-\frac{1}{8}+1.5)$$
$$\boxed{S=1\frac{1}{8}}$$

תשובה: גודל השטח $1\frac{1}{8}$ **יח"ר.**

א. נתונה הפונקציה $f(x)=x^2\ln x-2x^2$ **.**

נמצא את תחום ההגדרה: פונקציית ה- $\ln$ **לא יכולה לקבל מספרים אי חיוביים, לכן** $x>0$ **.**

תשובה: $x>0$

ב. נמצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה ואת סוגה:

$$\boxed{f(x)=x^2\ln x-2x^2}$$

$$f'(x)=2x\ln x+\frac{x^2}{x}-4x$$

$$\boxed{f'(x)=2x\ln x-3x}$$

$$0=2x\ln x-3x \quad \to 0=x(2\ln x-3)$$

$$\cancel{x=0} \quad \leftarrow x>0$$

$$\ln x=1.5 \quad \to x=e^{1.5}$$

$$y=(e^{1.5})^2\ln e^{1.5}-2(e^{1.5})^2=-1.5e^3-2e^3=-0.5e^3 \qquad \to (e^{1.5},-0.5e^3)$$

נבנה טבלה לזיהוי תחומי עלייה וירידה, בעזרת ערכי הנגזרת .

$$f'(e)=2e\ln e-3e=-e<0, \quad f'(e^2)=2e^2\ln e^2-3e^2=e^2>0$$

x	0	e	$e^{1.5}$	e^2
$f'(x)$		-	0	
מסקנה		↘	Min	↗

תשובה: $(e^{1.5},-0.5e^3)$ **מינימום**

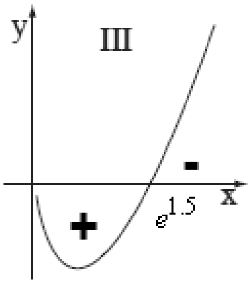
ג. בנקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **:**

$$0=x^2\ln x-2x^2 \quad /:x^2>0 \quad \leftarrow x>0$$

$$0=\ln x-2 \quad \to \ln x=2 \quad \to x=e^2 \quad \to \boxed{(e^2,0)}$$

תשובה: $(e^2,0)$ **(אין נקודת חיתוך עם ציר ה-** y **עקב תחום ההגדרה)**

ד. הסקיצה של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$ **, משמאל, מתאימה לגרף** III **.**



כמו בטבלת העלייה והירידה:

$f'(x)>0$ **בתחום** $x>e^{1.5}$

$f'(x)<0$ **בתחום** $0<x<e^{1.5}$

כאשר עבור $x=e^{1.5}$ **מתקיים** $f'(x)=0$ **, ועבור** $x\le 0$ **פונקצית הנגזרת אינה מוגד**

תשובה: גרף III **יכול לתאר את פונקציית הנגזרת.**