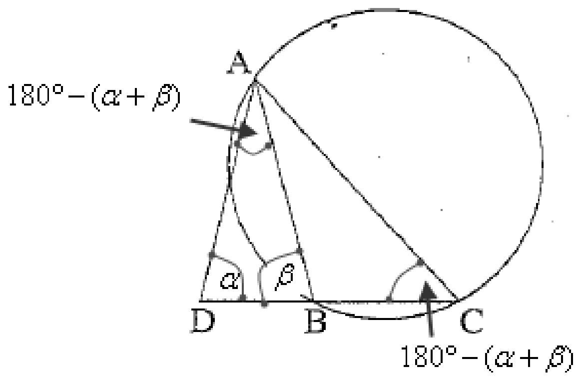


א. $\mathbf{S}\mathrm{DAB}=180°-(a+b)$ **(סכום זוויות במשולש** ABD $180°$**)**

$\mathbf{S}\mathrm{ACB}=\mathbf{S}\mathrm{DAB}=180°-(a+b)$ **(נתון וכלל מעבר)**

נשתמש פעמיים במשפט הסינוסים.

$\underline{\Delta \mathrm{ABC}}$

$$\frac{\mathrm{AB}}{\sin(180°-(a+b))}=2R$$

$$\mathrm{AB}=2R\sin(a+b) \quad \leftarrow \sin x=\sin(180°-x)$$

$\underline{\Delta \mathrm{ADB}}$

$$\frac{\mathrm{AB}}{\sin a}=\frac{\mathrm{AD}}{\sin b}$$

$$\mathrm{AD}=\frac{2R\sin(a+b)\sin b}{\sin a}$$

$$S_{\Delta \mathrm{ABD}}=0.5\cdot \mathrm{AB}\cdot \mathrm{AD}\cdot \sin \mathbf{S}\mathrm{DAB}$$

$$S_{\Delta \mathrm{ABD}}=0.5\cdot 2R\sin(a+b)\cdot\frac{2R\sin(a+b)\sin b}{\sin a}\cdot\sin(180°-(a+b))$$

$$\boxed{S_{\Delta \mathrm{ABD}}=\frac{2R^2\sin^3(a+b)\sin b}{\sin a}}$$

תשובה: $S_{\Delta \mathrm{ABD}}=\frac{2R^2\sin^3(a+b)\sin b}{\sin a}$

ב. $\mathrm{AB}=\mathrm{AD}$ **, כלומר משולש** ABD **שווה שוקיים ו-** $a=b$ **.**

a **זווית בסיס במשולש שווה שוקיים ולכן חדה, כלומר** $60°<a<90°$ **בהתאם לנתון.**

שטח המשולש ABD **הוא** $\frac{R^2}{4}$ **.**

$$\frac{R^2}{4}=\frac{2R^2\sin^3(a+a)\cancel{\sin a}}{\cancel{\sin a}}$$

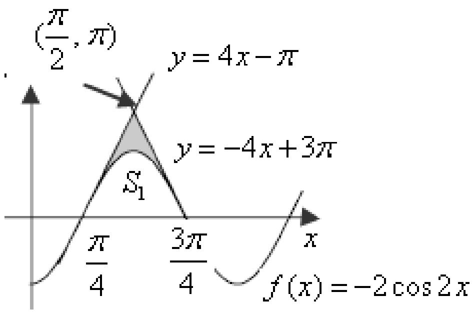
$$\frac{1}{8}=\sin^3 2a$$

$$\sin 2a=0.5$$

$$2a=150° \quad \leftarrow 60°<a<90°$$

$$\boxed{a=75°}$$

תשובה: $a=75°$



א. נתונה הפונקציה בתחום $0\le x\le p$.

נמצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x **בתחום הנתון**

$$-\cos 2x=0$$
$$\cos 2x=0$$
$$2x=\frac{p}{2}+pk$$
$$x=\frac{p}{4}+\frac{p}{2}k$$

עבור $k=0$ **נקבל את שיעור ה-** x **של נקודת החיתוך הראשונה, ובהתאם:** $(\frac{p}{4},0)$

עבור $k=1$ **נקבל את שיעור ה-** x **של נקודת החיתוך השנייה, ובהתאם:** $(\frac{3p}{4},0)$

נמצא את שיפוע המשיקים ואת משוואות המשיקים.

$$f'(x)=4\sin 2x$$

$(\frac{p}{4},0)$

$$m=4\sin(2\cdot\frac{p}{4})=4$$
$$y-0=4(x-\frac{p}{4})$$
$$\boxed{y=4x-p}$$

$(\frac{3p}{4},0)$

$$m=4\sin(2\cdot\frac{3p}{4})=-4$$
$$y-0=-4(x+\frac{3p}{4})$$
$$\boxed{y=-4x+3p}$$

תשובה: $y=4x-p$, $y=-4x+3p$

ב. נחשב את שטח המשולש שבין המשיקים וציר ה- x **ונפחית ממנו את השטח** S_1 **שבין הפונקציה לציר ה-** x.

$$4x-p=-4x+3p$$
$$8x=4p$$
$$x=\frac{p}{2}\quad\rightarrow y=4\cdot\frac{p}{2}-p\quad\rightarrow p\quad\rightarrow(\frac{p}{2},p)$$

ולכן $(\frac{p}{2},p)$ **שיעורי נקודת החיתוך בין שני המשיקים.**

שטח המשולש: $\dfrac{(\frac{3p}{4}-\frac{p}{4})\cdot p}{2}=\dfrac{p^2}{4}$

$$S_1=\int_{\frac{p}{4}}^{\frac{3p}{4}}(-2\cos 2x)dx=-\frac{2\sin 2x}{2}\Big]_{\frac{p}{4}}^{\frac{3p}{4}}=(-\sin(2\cdot\frac{3p}{4}))-(-\sin(2\cdot\frac{p}{4}))$$
$$S_1=(1)-(-1)=2$$

והשטח המבוקש: $\dfrac{p^2}{4}-2$

א. לפונקציה $f(x)=\frac{x^2}{x-4}+b$ **יש נקודת מינימום בנקודה ששיעור ה-** y **שלה הוא** 18.

תחום ההגדרה הוא $x\neq 4$ **, כי** $x=4$ **מאפס את מכנה הפונקציה.**

תשובה: $x\neq 4$

ב. נמצא את שיעור ה- x **של נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.**

$$f'(x)=\frac{2x(x-4)-x^2}{(x-4)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2x^2-8x-x^2}{(x-4)^2}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{x^2-8x}{(x-4)^2}}$$

$$0=\frac{x^2-8x}{(x-4)^2}$$

$$0=x^2-8x$$

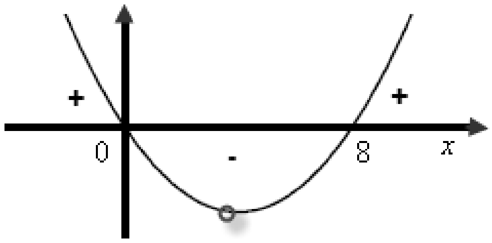
$$0=x(x-8)$$

$$x=0,8$$

נמצא את סוג נקודות הקיצון (מכנה הנגזרת חיובי), בעזרת ציור גרף סימני $f'(x)$ **,**

כאשר מכנה הנגזרת חיובי והמונה הוא ביטוי אלגברי של פרבולה ישרה (מחייכת).

סימני $f'(x)$



x		8		4		0	
$f'(x)$	+	0	-		-	0	+
מסקנה	↗	**Min**	↘		↘	**Max**	↗

תשובה: $x=8$ **מינימום,** $x=0$ **מקסימום.**

ג. לפי הנתון נקודת מינימום בנקודה ששיעור ה- y **שלה הוא** 18**, כלומר** $f(8)=18$

$$18=\frac{8^2}{8-4}+b$$

$$18=16+b$$

$$\boxed{b=2}$$

תשובה: $b=2$

$$f(x)=\frac{x^2}{x-4}+2$$

ד. בנקודת החיתוך עם ציר ה- y **מתקיים** $x=0$ **ולכן שיעורי נקודת החיתוך** $(0,2)$

בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$ **ולכן** $0=\frac{x^2}{x-4}+2$

$$
\begin{aligned}
&0=\frac{x^2}{x-4}+2\\
&0=x^2+2(x-4)\\
&0=x^2+2x+8\\
&0=(x+4)(x-2)\\
&x=-4,\,2
\end{aligned}
$$

תשובה: $(0,2)$ **,** $(-4,0)$ **,** $(2,0)$**.**

ה. $f(x)=\frac{x^2+2x-8}{x-4}$

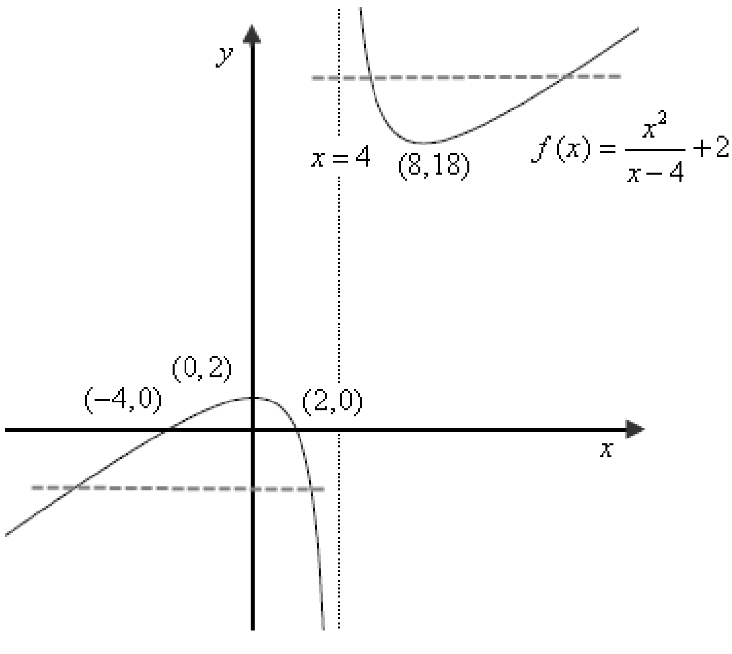
$x=4$ **האסימפטוטה האנכית, כי** $x=4$ **מאפס מכנה ולא מונה.**

אין אסימפטוטה אופקית כי חזקת המונה (2) **גדולה מחזקת המכנה** (1)**.**

תשובה $x=4$ **אסימפטוטה אנכית**

ו. שיעורי נקודת המינימום הם: $(8,18)$ **שיעורי נקודת המקסימום הם:** $(0,2)$

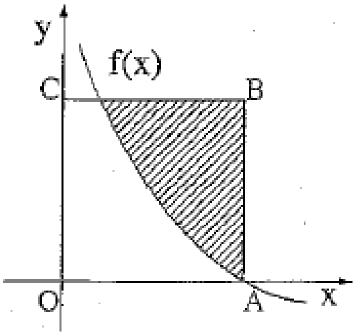
הסקיצה המתאימה (כולל הישר $y=k$ **עבור הסעיף הבא):**



ז. על פי הסקיצה ניתן לראות כי למשוואה $k=\frac{x^2}{x-4}+b$**, יש שני פתרונות כאשר הישר** $y=k$ **חותך את הגרף**

מעל לנקודת המינימום או מתחת לנקודת המקסימום.

תשובה: עבור $k>18$ **או** $k<2$



א. (1) נתונה הפונקציה $f(x)$ **שהנגזרת שלה היא** $f'(x)=-\frac{4}{x^2}$.

הישר $y=-x+3$ **משיק לגרף הפונקציה ברביע הראשון,**

כלומר $y'=-1$ **בנקודת ההשקה, כמו שיפוע המשיק.**

$$-1=-\frac{4}{x^2}$$
$$x^2=4$$
$$x=2 \quad \leftarrow x<0$$

נציב $x=2$ **במשוואת המשיק ונקבל שנקודת ההשקה היא** $(2,1)$ $\rightarrow$ $y=-2+3=1$

תשובה: $(2,1)$ **הם שיעורי נקודת ההשקה.**

(2) נמצא את הפונקציה הקדומה, ע"י אינטגרל והצבת נקודת ההשקה למציאת קבוע האינטגרציה.

$$f(x)=\int f'(x)$$
$$f(x)=\int -\frac{4}{x^2}$$
$$f(x)=\frac{4}{x}+c$$
$$1=\frac{4}{2}+c$$
$$c=-1$$
$$\boxed{f(x)=\frac{4}{x}-1}$$

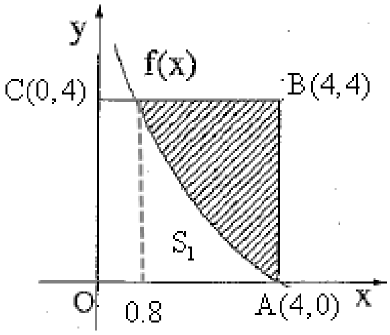
תשובה: $f(x)=\frac{4}{x}-1$

ב. (1) המרובע ABCO **הוא ריבוע ששתיים מצלעותיו מונחות על הצירים.**

נמצא את שיעורי הנקודה A **ובהתאם את שאר קדקודי הריבוע.**

$$0=\frac{4}{x}-1$$
$$0=4-x$$
$$x=4 \quad \rightarrow \mathrm{A}(4,0),\ \mathrm{O}(0,0),\ \mathrm{C}(0,4),\ \mathrm{B}(4,4)$$

תשובה: $\mathrm{C}(0,4)$ **.**



(2) משוואת הצלע , המקבילה לציר ה- x , AB **היא** $y=4$ **.**

נמצא את שיעורי הנקודה בה נוריד אנך לציר ה- x **, כמתואר בציור.**

$$4=\frac{4}{x}-1$$
$$5=\frac{4}{x}$$
$$5x=4$$
$$x=0.8$$

ולכן שטח המלבן המוגבל על ידי האנך, ציר ה- x **והצלעות** CB **ו-** AB ,

הוא: $4\cdot(4-0.8)=4\cdot 3.2=12.8$ **.**

	S_1
פונקציה עליונה	$f(x)=\frac{4}{x}-1$
פונקציה תחתונה	$y=0$
x **גדול**	$x=4$
x **קטן**	$x=0.8$

$$S_1=\int_{0.8}^{4}\left(\frac{4}{x}-1-0\right)dx$$
$$S_1=4\ln|x|-x\Big]_{0.8}^{4}$$
$$S_1=(4\ln 4-4)-(4\ln 0.8-0.8)$$
$$S_1=4\ln 4-4-4\ln 0.8+0.8$$
$$S_1=4\ln\frac{4}{0.8}-3.2 \quad \leftarrow \ln a-\ln b=\ln\frac{a}{a}$$
$$\boxed{S_1=4\ln 5-3.2}$$
$$S=12.8-(4\ln 5-3.2)$$
$$S=12.8-4\ln 5+3.2$$
$$\boxed{S=16-4\ln 5=9.56}$$

תשובה: גודל השטח הוא $16-4\ln 5=9.56$ **יח"ר**.

נוסחת הגידול והדעיכה: $M_t = M_0 \cdot a^t$ **, כאשר** M_0 **- הכמות ההתחלתית**

a **הוא גורם הגידול,** M_t **הכמות לאחר זמן** t**.**

א. בינואר 2000 קנה אדם מגרש לבנייה. עד ינואר 2004 ירד מחיר המגרש בכל שנה באחוז קבוע,

ובסך הכול בתקופה זו ירד מחיר המגרש ב- 40%**.**

כלומר אם מחיר הקנייה הוא M_0**, הרי שמחירו בינואר 2004 הגיע ל-** 60% **ממחיר הקנייה, כלומר** $0.6M_0$,

לאחר ארבע שנים (ארבע תקופות זמן)

$$0.6M_0 = M_0 \cdot a^4$$
$$0.6 = a^4$$
$$\sqrt[4]{0.6} = a$$
$$a = 0.8801$$

נשתמש בנוסחה $a = 1 \pm \frac{P}{100}$**, כאשר** P **מייצג את אחוז הדעיכה השנתי במקרה זה.**

$$0.8801 = 1 - \frac{P}{100}$$
$$\frac{P}{100} = 0.12$$
$$P = 12\%$$

תשובה: מחיר המגרש ירד ב- 12% **מדי שנה.**

ב. החל מינואר 2004 עלה מחיר המגרש, מדי שנה, ב- $1.5 \cdot 12\% = 18\%$

גורם הגידול החדש הוא $a = 1 + \frac{18}{100} = 1.018$

נמצא כעבור כמה שנים מינואר 2004 יהיה מחיר המגרש גבוה ב- 17% **ממחירו ביום הקנייה, כלומר** $1.17M_0$

$$1.17M_0 = 0.6M_0 \cdot 1.18^t \quad / : 0.6M_0$$
$$1.95 = 1.18^t$$
$$\ln 1.95 = \ln 1.18^t$$
$$\ln 1.95 = t \ln 1.18$$
$$\frac{\ln 1.95}{\ln 1.18} = t$$
$$\boxed{t = 4.03}$$

תשובה: כעבור 4.03 **שנים.**