

א. נתונה הפונקציה $y = (2m-3)x^2 + (m+4)x + 2m+5$, $m \neq 1.5$.

$$a = 2m-3, \quad b = m+4, \quad c = 2m+5$$

$m \neq 1.5$ ולכן $a \neq 0$ והפונקציה היא פונקציה ריבועית, בעלת גרף של פרבולה.

גרף הפונקציה נמצא כולו מתחת לציר ה- x ,

כאשר הפרבולה בעלת מקסימום $a < 0$, כלומר $2m-3 < 0 \rightarrow 2m < 3 \rightarrow m < 1.5$

וללא נקודות חיתוך עם ציר ה- x $\Delta < 0$

$$(m+4)^2 - 4(2m-3)(2m+5) < 0$$

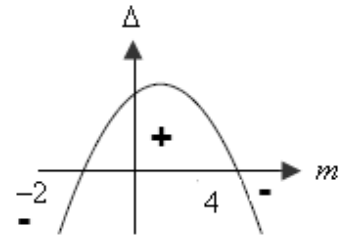
$$m^2 + 8m + 16 - 4(4m^2 + 10m - 6m - 15) < 0$$

$$m^2 + 8m + 16 - 16m^2 - 40m + 24m + 60 < 0$$

$$-15m^2 - 8m + 76 < 0$$

$$m_{1,2} = \frac{8 \pm 68}{-30}$$

$$m = -2\frac{8}{15}, m = 2$$



כלומר: $m > 2$ או $m < -2\frac{8}{15}$ ובשילוב עם התנאי הראשון $m < 1.5$ נקבל: $m < -2\frac{8}{15}$

תשובה: $m < -2\frac{8}{15}$

ב. על פי סעיף א: גרף הפונקציה נמצא כולו מתחת לציר ה- x עבור $m < -2\frac{8}{15}$.

כאשר נוסיף תנאי שחותך את הישר $y = -3$ בשתי נקודות שונות.

$$(2m-3)x^2 + (m+4)x + 2m+5 = -3$$

$$(2m-3)x^2 + (m+4)x + 2m+8 = 0$$

$$a = 2m-3, \quad b = m+4, \quad c = 2m+8$$

שני פתרונות למשוואה $\Delta > 0$

$$(m+4)^2 - 4(2m-3)(2m+8) > 0$$

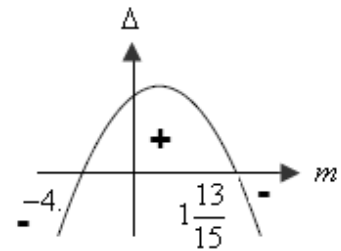
$$m^2 + 8m + 16 - 4(4m^2 + 16m - 6m - 24) > 0$$

$$m^2 + 8m + 16 - 16m^2 - 64m + 24m + 96 > 0$$

$$-15m^2 - 32m + 112 > 0$$

$$m_{1,2} = \frac{32 \pm 88}{-30}$$

$$m = -4, \quad m = 1\frac{13}{15}$$



כלומר: $-4 < m < 1\frac{13}{15}$ ובשילוב עם התנאי הראשון $m < -2\frac{8}{15}$ נקבל: $-4 < m < -2\frac{8}{15}$

תשובה: $-4 < m < -2\frac{8}{15}$

נתונה סדרה הנדסית: a_1, a_2, a_3, \dots ($a_1 \neq 0$) שהמנה שלה היא q ,
 ונתונה סדרה הנדסית: b_1, b_2, b_3, \dots ($b_1 \neq 0$) שהמנה שלה היא 2 . ($a_1 \neq b_1$)

א. נתונה סדרה $c_n = a_n - b_n$ ($n \geq 1$)

(1) נביע באמצעות a_1, b_1 ו- q את c_2 ואת c_3 .

$$c_2 = a_2 - b_2 = a_1 q - 2b_1$$

$$c_3 = a_3 - b_3 = a_1 q^2 - 4b_1$$

$$c_3 = a_1 q^2 - 4b_1, c_2 = a_1 q - 2b_1 \quad \text{תשובה:}$$

(2) נתון כי c_n היא סדרה הנדסית, נראה כי $q = 2$

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{c_3}{c_2}$$

$$\frac{a_1 q - 2b_1}{a_1 - b_1} = \frac{a_1 q^2 - 4b_1}{a_1 q - 2b_1}$$

$$(a_1 q - 2b_1)^2 = (a_1 q^2 - 4b_1)(a_1 - b_1)$$

$$a_1^2 q^2 - 2a_1 q b_1 + 4b_1^2 = a_1^2 q^2 - a_1 q^2 b_1 - 4a_1 b_1 + 4b_1^2$$

$$-2a_1 q b_1 = -a_1 q^2 b_1 - 4a_1 b_1 \quad / : a_1 b_1 \neq 0$$

$$-2q = -q^2 - 4$$

$$q^2 - 2q + 4 = 0$$

$$(q - 2)^2 = 0$$

$$\boxed{q = 2}$$

תשובה: הוכח

ב. נתון כי $a_4 = 40$, $b_5 = 24$, בסדרה c_n סכום n האיברים הראשונים הוא 3580.5.

$$a_4 = 40 \rightarrow a_1 q^3 = 40 \rightarrow a_1 \cdot 2^3 = 40 \rightarrow a_1 = 5$$

$$b_5 = 24 \rightarrow b_1 q^4 = 24 \rightarrow b_1 \cdot 2^4 = 24 \rightarrow b_1 = 1.5$$

$$c_n = a_n - b_n \rightarrow c_1 = a_1 - b_1 \rightarrow c_1 = 5 - 1.5 \rightarrow c_1 = 3.5$$

$$q_c = \frac{c_2}{c_1} = \frac{a_2 - b_2}{a_1 - b_1} = \frac{2a_1 - 2b_1}{a_1 - b_1} = \frac{2(a_1 - b_1)}{a_1 - b_1} = 2$$

$$S_n^C = 3580.5$$

$$\frac{3.5(2^n - 1)}{2 - 1} = 3580.5 \quad /: 3.5$$

$$2^n - 1 = 1023 \rightarrow 2^n = 1024$$

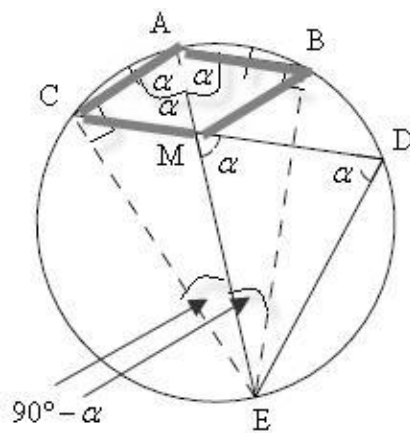
$$2^n = 2^{10}$$

$$\boxed{n = 10}$$

תשובה: $n = 10$

3

בגרות עא מרץ 11 מועד מיוחד שאלון 35005



נתונים

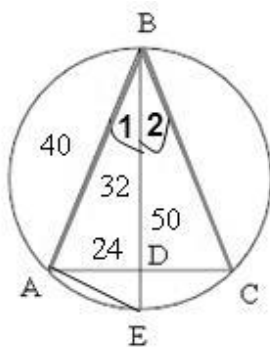
1. $CD \parallel AB$
2. הקשתות CA ו- AB שוות
3. AE הוא קוטר במעגל
- צ"ל: א. $SEMD = SMDE$
- ב. $ABMC$ מעוין

נימוק	טענה	הסבר
סימון	$SMDE = a$	4
על קשת שווה ($\overset{\frown}{CE}$) נשענות זוויות היקפיות שוות	$SCAE = SMDE = a$	4, 5
נתון	AE הוא קוטר במעגל	3, 6
זווית היקפית הנשענת על קוטר היא ישרה	$SACE = 90^\circ$	6, 7
סכום זוויות משולש $\triangle CAE = 180^\circ$	$SCEA = 90^\circ - a$	5, 7, 8
נתון	הקשתות CA ו- AB שוות	2, 9
על קשתות שוות נשענות זוויות היקפיות שוות	$SAEB = SCEA = 90^\circ - a$	8, 9, 10
זווית היקפית הנשענת על קוטר היא ישרה	$SABE = 90^\circ$	6, 11
סכום זוויות משולש $\triangle BAE = 180^\circ$	$SBAE = a$	7, 10, 12
נתון	$CD \parallel AB$	1, 13
זוויות מתאימות שוות בין ישרים מקבילים	$SEMD = SEAB = a$	12, 13
כלל המעבר	$SEMD = SMDE$	4, 13, 14

מ.ש.ל. א

נכתב ע"י עפר ילין

נימוק	טענה		הסבר
זוויות קדקודיות שוות זו לזו	$\angle AMC = \angle BMD = a$	15	13
מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות ΔACM	$AC = MC$	16	15
על קשתות שוות נשענים מיתרים שווים	$AC = AB$	17	9
כלל המעבר	$MC = AB$	18	17, 16
חלקים מקטעים מקבילים	$MC \parallel AB$	19	13
זוג צלעות נגדיות שוות ומקבילות	ABMC מקבילית	20	19, 18
מקבילית עם צלעות סמוכות שוות	ABMC מעוין	21	20, 17
מ.ש.ל. ב			

**נתונים**

$$AB = BC \quad \text{עבור ב: } 2. \quad SB_1 = SB_2 \quad 1.$$

$$\text{עבור ג: } 3. \quad 25 \text{ ס"מ } R = \text{ס"מ } 4, \quad \frac{BD}{DE} = \frac{16}{9}$$

צ"ל: א. $\Delta ABE : \Delta DBC$, $\Delta ABE : \Delta ADE$ (1)

ב. BE הוא קוטר במעגל ג. שטח המשולש ABC.

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	5	$SB_1 = SB_2$	נתון
	6	$SB_2 = SCAE$	על קשת שווה (CE) נשענות זוויות היקפיות שוות
6, 5	7	$SB_1 = SCAE$	כלל המעבר
3	8	$SAEB = SAED$	זווית משותפת
8, 7	9	$\Delta ABE : \Delta DAE$	משפט דמיון זווית זווית
	10	$SAEB = SBCA$	על קשת שווה (AB) נשענות זוויות היקפיות שוות
10, 5	11	$\Delta ABE : \Delta DBC$	משפט דמיון זווית זווית
מ.ש.ל. א			
2	12	$AB = BC$	נתון
12, 5	13	$SBDA = 90^\circ$	חוצה זווית הראש במש"ש ΔABC הוא גם גובה
13	14	$SEDA = SBDA = 90^\circ$	זוויות צמודות משלימות ל- 180°
14, 9	15	$SEAB = SEDA = 90^\circ$	זוויות מתאימות במשולשים דומים
15	16	BE הוא קוטר במעגל	מיתר הנשען על זווית היקפית ישרה
מ.ש.ל. ב			
3	17	$R = \text{ס"מ } 25$	נתון
17, 16	18	$BE = \text{ס"מ } 50$	אורך הקוטר שווה לשני אורכי הרדיוסים
4	19	$\frac{BD}{DE} = \frac{16}{9}$	נתון
19, 18	20	$BD = \frac{16}{25} BE = \text{ס"מ } 32$	כללי פרופורציה וחישוב
11	21	$\frac{AB}{DB} = \frac{AE}{DC} = \frac{BE}{BC}$	יחסי צלעות מתאימות במשולשים דומים
20, 18, 12	22	$(AB)^2 = 32 \cdot 50 = 1600$	הצבה וחישוב
22, 20, 14	23	$(AD)^2 = 1600 - 1024 = 576$	משפט פיתגורס ΔADB
23	24	$AD = \text{ס"מ } 24$	חישוב

הסבר	מס'	טענה	נימוק
24, 12, 5	25	48 ס"מ = AC	חוצה זווית הראש במש"ש ΔABC הוא גם תיכון
25, 20, 14	28	768 ס"מ ² = $S_{\Delta ABC} = \frac{48 \cdot 32}{2}$	שטח משולש שווה חצי מכפלת צלע בגובה שלה
מ.ש.ל. ג			

5

בגרות עא מרץ 11 מועד מיוחד שאלון 35005

א. נגדיר את המאורעות הבאות:

A - עבר בחינה באנגלית \bar{A} - לא עבר בחינה באנגלית
 B - עבר בחינה במתמטיקה \bar{B} - לא עבר בחינה במתמטיקה

נתונים ומשמעויות

נסמן n - מספר עובדי המפעל (כולם ניגשו לבחינות)

$$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{8}{15} \rightarrow P(A \cup B) = \frac{7}{15}$$

$$N(A \cup B) = 1400$$

$$\frac{7}{15} \cdot n = 1400$$

$$\boxed{n = 3000}$$

תשובה: במפעל 3000 עובדים

ב. נתון כי 80% מהעובדים שלא עברו את הבחינה באנגלית, לא עברו את הבחינה במתמטיקה

$$P(\bar{B} / \bar{A}) = 0.8 \rightarrow P(B / \bar{A}) = 0.2$$

$$P(\bar{B} / \bar{A}) = \frac{P(\bar{B} \cap \bar{A})}{P(\bar{A})}$$

$$0.8 = \frac{\frac{8}{15}}{P(\bar{A})}$$

$$P(\bar{A}) = \frac{2}{3} \rightarrow P(A) = \frac{1}{3}$$

$$N(A) = \frac{1}{3} \cdot 3000$$

$$\boxed{N(A) = 1000}$$

תשובה: 1000 עובדים עברו את הבחינה באנגלית.

ג. נתון בנוסף כי $\frac{3}{4}$ מבין העובדים שעברו את הבחינה באנגלית לא עברו את הבחינה במתמטיקה.

$$P(\bar{B} / A) = 0.75 \rightarrow P(B / A) = 0.25$$

$$P(\bar{B} / A) = \frac{P(\bar{B} \cap A)}{P(A)}$$

$$0.75 = \frac{P(\bar{B} \cap A)}{\frac{1}{3}}$$

$$P(\bar{B} \cap A) = 0.25$$

נציב בטבלה ונשלים נתונים

	\bar{A} לא עבר אנגלית	A עבר אנגלית	
$\frac{13}{60}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{12}$	B - עבר מתמטיקה
$\frac{47}{60}$	$\frac{8}{15}$	0.25	\bar{B} - לא עבר מתמטיקה
1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	

על פי הטבלה, ההסתברות שאדם, שנבחר באקראי, עבר רק אחת מן הבחינות היא $0.25 + \frac{2}{15} = \frac{23}{60}$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{23}{60}$.

א. נגדיר את הקבוצות הבאות:

S - קבוצת הנשאלים בסקר

A - קבוצת השותים קפה במידה מופרזת

B - קבוצת אלו שחלו במחלות לב

נתונים ומשמעויות מיידיות

$$P(A) = 0.65 \rightarrow P(\bar{A}) = 0.35$$

$$P(\bar{B}) = 0.55 \rightarrow P(B) = 0.45$$

$$P(B/A) = \frac{7}{13} \rightarrow P(\bar{B}/A) = \frac{6}{13}$$

פיתוח נוסחאות פרופורציה מותנית

$$P(B/A) = \frac{7}{13}$$

$$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

$$\frac{7}{13} = \frac{P(B \cap A)}{0.65}$$

$$P(B \cap A) = 0.35$$

נציב בטבלה ונשלים נתונים.

	\bar{A} לא שותי קפה במידה מופרזת	A שותי קפה במידה מופרזת	
0.45	0.1	0.35	- B חלו במחלות לב
0.55	0.25	0.3	\bar{B} - לא חלו במחלות לב
1	0.35	0.65	

תשובה: 35% מן המשתתפים בסקר חלו במחלות לב ושותים כמות מופרזת של קפה

ב. תשובה: 25% מן המשתתפים בסקר לא חלו במחלות לב ואינם שותים כמות מופרזת של קפה

ג. נמצא מבין המשתתפים בסקר שאינם שותים כמות מופרזת של קפה, איזה אחוז מהם חלו במחלות לב.

$$P(B/\bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0.1}{0.35} = 0.2857 = 28.57\%$$

תשובה: 28.57% מבין אלו שאינם שותי קפה במידה מופרזת, חלו במחלות לב.

ד. על פי ממצאי הסקר: $P(B/\bar{A}) = 0.2857 \neq P(B/A) = \frac{7}{13}$ ולכן קיים קשר סטטיסטי.

כיוון ש $P(B/A) > P(B/\bar{A})$ הרי שיש גם מקום להשערה כי שתיית קפה במידה מופרזת מביאה למחלות לב, אולם ייתכנו גם גורמים מתווכים נוספים, כמו: מין הנשאל, גיל הנשאל, היסטוריה רפואית משפחתית וכו'.
תשובה: קיים קשר סטטיסטי בין שתיית כמות מופרזת של קפה ובין מחלות לב.