א. נתונים שני ישרים שמשוואותיהם הן: $ax-(a^2+2)y=1$

$x-3y=1$

נביע את שיעורי נקודת החיתוך בין הישרים באמצעות a

ותוך כדי כך את התנאים לחיתוך ולהתלכדות.

$$\begin{cases} ax-(a^2+2)y=1 \\ x-3y=1 \quad \rightarrow \boxed{x=1+3y} \end{cases}$$

$$a(1+3y)-(a^2+2)y=1$$

$$a+3ay-a^2y-2y=1$$

$$y(-a^2+3a-2)=1-a \qquad /:(-1)$$

$$(a^2-3a+2)y=a-1$$

$$(a-1)(a-2)y=a-1$$

נציב $a=1$ **במשוואה הראשונה ונקבל :** $1\cdot x-(1^2+2)y=1 \quad \rightarrow x-3y=1$ **,**

והיא משוואה שקולה למשוואה השנייה ולכן במקרה זה שני הישרים יתלכדו לאחד.

נציב $a=2$ **במשוואה הראשונה ונקבל :** $2\cdot x-(2^2+2)y=1 \quad \rightarrow 2x-6y=1 \quad \rightarrow x-3y=0.5$ **,**

והיא משוואה שסותרת את המשוואה השנייה ולכן במקרה זה שני הישרים מקבילים.

תשובה: $a\neq 1, \quad a\neq 2$ **.**

ב. התשובה וההסבר המתאים, כפי שהראינו בסעיף הקודם, $a=1$.

תשובה: $a=1$ **.**

ג. נתון כי שני הישרים נחתכים בנקודה שנמצאת על הישר $y=x$ **.**

(ניתן לפתור סעיף זה מבלי להביע את שיעורי נקודת החיתוך עם הפרמטר a **,**

ואם היינו מעוניינים לעשות זאת, הרי $y=\dfrac{1}{a-2}$ **ולאחר הצבה נקבל** $x=\dfrac{a+1}{a-2}$ **)**

נמצא את שיעורי נקודת החיתוך, על ידי השוואת הישר $y=x$ **והישר** $x-3y=1$ **.**

$$\begin{cases} y=x \\ x=1+3y \end{cases} \rightarrow y=1+3y \quad \rightarrow -2y=1 \quad \rightarrow y=-0.5 \quad \rightarrow \boxed{(-0.5,-0.5)}$$

נציב את שיעורי נקודת החיתוך במשוואה הראשונה:

$$a\cdot(-0.5)-(a^2+2)(-0.5)=1$$

$$-0.5a+0.5a^2+1=1$$

$$-0.5a+0.5a^2=0$$

$$0.5a(-1+a)=0$$

$a=1$ **נפסל, כי במקרה זה הישרים מקבילים, ולכן** $a=0$ **.**

תשובה: $(-0.5,-0.5)$ **,** $a=0$ **.**

א. סדרת המרחקים שעובר הגוף מן הנקודה A **לנקודה** B **מהווה סדרה חשבונית.**

כאשר: $a_1 = 50, \quad d = -2, \quad a_n = 2$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$
$$2 = 50 + (n-1)(-2)$$
$$-48 = -2(n-1) \quad / : (-2)$$
$$24 = n-1$$
$$n = 25$$

נמצא את המרחק שעבר הגוף במשך 25 **השניות שנע:**

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$
$$S_{25} = \frac{25(50+2)}{2} = 650$$

תשובה: המרחק שעבר הגוף, מן הנקודה A **לנקודה** B**, הוא** 650 **מטרים.**

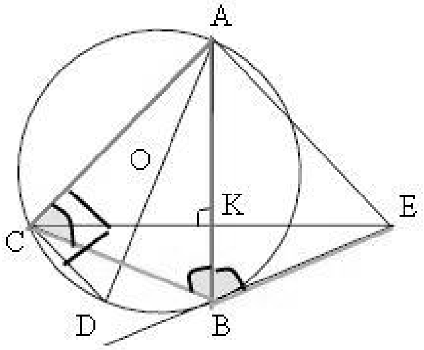
ב. סדרת המרחקים שעובר הגוף מן הנקודה B **לנקודה** A **מהווה סדרה חשבונית.**

כאשר: $a_1 = 4, \quad d = 3, \quad S_n = 650$

נמצא את הזמן שעבר הגוף לאורך 650 **המטרים בחזרה:**

$$S_n = \frac{n(2 \cdot a_1 + (n-1)d)}{2}$$
$$650 = \frac{n(2 \cdot 4 + 3(n-1))}{2} \quad / \cdot 2$$
$$1300 = n(8 + 3n - 3)$$
$$3n^2 + 5n - 1300 = 0$$
$$n_{1,2} = \frac{-5 \pm 125}{6}$$
$$\boxed{n = 20} \quad \leftarrow n > 0$$

תשובה: הגוף עבר את הדרך חזרה במשך 20 **שניות.**



נתונים

1. ΔABC **שווה שוקיים** $(AB = AC)$
2. AD **הוא קוטר במעגל**
3. BE **משיק** **.4** $SE = SBCE$
עבור ג: **.5** $SACB = 3.5\ SCEB$

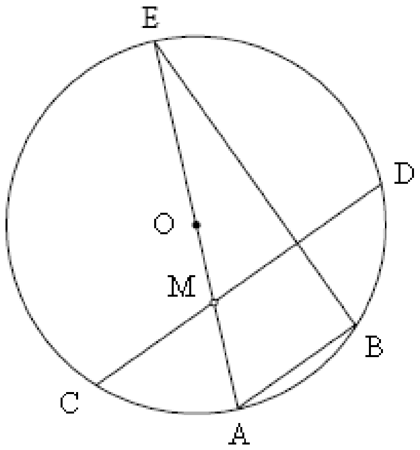
צ"ל: א. $AB \perp CE$ **ב.** $\Delta ACD : \Delta EKB$ **ג. זווית** ΔACD.

הסבר	מס'	טענה	נימוק
1	6	ΔABC **שווה שוקיים**	**נתון**
6	7	$SABC = SACB$	**זוויות בסיס שוות במשולש שווה שוקיים**
3	8	BE **משיק למעגל**	**נתון**
8	9	$SEBK = SACB$	**זווית בין משיק למיתר**
7, 9	10	$SABC = SEBK$	**כלל המעבר**
4	11	$SE = SBCE$	**נתון**
11	12	ΔCBE **שווה שוקיים**	**אם שתי זוויות שוות אז המשולש שווה שוקיים**
10, 12	13	$AB \perp CE$	**חוצה זווית הראש במש"ש הוא גם גובה לבסיס**
		מש.ל. א	
	14	$SD = SABC$	**זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת** $\overset{\frown}{AC}$ **שוות**
10, 14	15	$SD = SEBK$ **(ז)**	**כלל המעבר**
2	16	AD **הוא קוטר במעגל**	**נתון**
16	17	$SACD = 90°$	**זווית היקפית הנשענת על קוטר היא ישרה**
13	18	$SBKE = 90°$	**האנך יוצר זווית ישרה**
17, 18	19	$SACD = SBKE$ **(ז)**	**כלל המעבר**
15, 19	20	$\Delta ACD : \Delta EKB$	**משפט דמיון זווית זווית**
		מ.ש.ל. ב	
5	21	$SACB = 3.5\ SCEB$	**נתון**
9, 21	22	$SEBK = 3.5\ SCEB$	**הצבה**
18, 22	23	$SCEB + 3.5\ SCEB = 90°$	**זוויות חדות במשולש ישר זווית משלימות ל-** $90°$
23	24	$SCEB = 20°$	**חישוב**
18, 24	25	$SEBK = 70°$	**סכום זוויות ב-**ΔEKB **הוא** $180°$
15, 25	26	$\boxed{SD = 70}$	**כלל המעבר**
17	27	$\boxed{SACD = 90°}$	**הוכח**

הסבר	מס'	טענה	נימוק
26, 27	28	$\boxed{SCAD = 20}$	**סכום זוויות ב-** ΔACD **הוא** 180°
		מ.ש.ל. ג	

350

4



<u>**נתונים**</u>

1. AE **קוטר**
2. $AB \parallel CD$
3. $\overset{\frown}{CA} = \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BD}$.

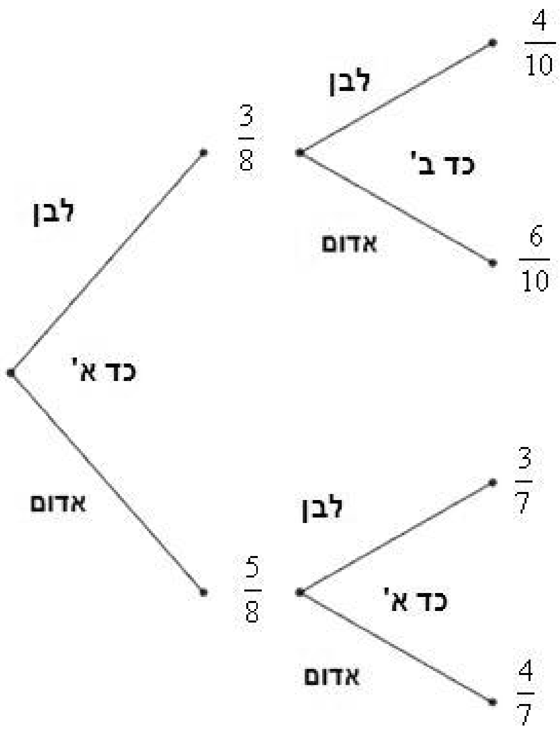
צ"ל: א. $EB \perp CD$ **ב.** ΔEMD **שווה שוקיים ג.** $ACMB$ **מ**

הסבר	מס'	טענה	נימו
1	4	AE קוטר	נתון
4	5	$EB \perp AB$	זווית היקפית הנשענת על קוטר היא ישרה
2	6	$AB \parallel CD$	נתון
5, 6	7	$EB \perp CD$	אם אחד משני ישרים מקבילים מאונך לישר שלישי אז גם הישר השני מאונך לישר השלישי
			מ.ש.ל. א
3	8	$\overset{\frown}{CA} = \overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BD}$	נתון
8	9	$\angle DEB = \angle AEB$	על קשתות שוות נשענות זוויות היקפיות שוות
7, 9	10	ΔEMD שווה שוקיים	חוצה זווית מתלכד עם הגובה ולכן מש"ש
			מש.ל. ב
	11	$\angle CMA = \angle EMD$	זוויות קדקודיות שוות זו לזו
	12	$\angle CAE = \angle EDC$	זוויות היקפיות הנשענות על אותה קשת $\overset{\frown}{CE}$ שוות
11, 12	13	$\angle CAE = \angle CMA$	כלל המעבר
13	14	$CM = CA$	מול זוויות שוות מונחות צלעות שוות ΔCMA
8	15	$CA = AB$	על קשתות שוות נשענות זוויות היקפיות שוות
6	16	$AB \parallel CM$	חלקים מקטעים מקבילים מקבילים ביניהם
15, 16	17	$ACMB$ מקבילית	זוג צלעות נגדיות שווה ומקביל
14, 17	18	$ACMB$ מעוין	מקבילית עם זוג צלעות סמוכות שוות
			מ.ש.ל. ג

א. נבנה עץ אפשרויות מתאים. בכד א' 3 **כדורים לבנים ו-** 5 **כדורים אדומים,**

לכן בהתחלה $p(red)=\frac{5}{8}$, $p(white)=\frac{3}{8}$ **ולאחר הוצאה של כדור אדום** $p(white)=\frac{3}{7} \rightarrow p(red)=\frac{4}{7}$

בכד ב' 4 **כדורים לבנים ו-** 6 **כדורים אדומים, לכן** $p(red)=\frac{6}{10}$, $p(white)=\frac{4}{10}$



נמצא מהי ההסתברות שהכדור השני שהוצא הוא לבן.

$$\text{P(2nd ball is white)}=\frac{3}{8}\cdot\frac{4}{10}+\frac{5}{8}\cdot\frac{3}{7}=\frac{117}{280}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{117}{280}$.

ב. נמצא מהי ההסתברות שהכדור השני הוצא מכד ב' אם ידוע שהכדור השני הוא לבן.

$$\text{P}(\textit{kad beth}\,/\,\text{2nd white})=\frac{\text{P}(\textit{kad beth}\cap\text{2nd white})}{\text{P(2nd white)}}=\frac{\frac{3}{8}\cdot\frac{4}{10}}{\frac{117}{280}}=\frac{0.15}{\frac{117}{280}}=\frac{14}{39}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{14}{39}$.

ג. נחשב את הסיכוי שבדיוק ב-3 **פעמים, מתוך** 5 **שבהן הכדור השני הוא לבן, הוא הוצא מכד ב',**

בעזרת נוסחת ברנולי, כי זו התפלגות בינומית (חוזרים על אותו תתהלך), כאשר נתון כי $n=5$, $p=\frac{14}{39}$ **,** $k=3$:

$$P_5(3)=\binom{5}{3}(\frac{14}{39})^3(1-\frac{14}{39})^{5-3}=\frac{5!}{3!(5-3)!}\cdot(\frac{14}{39})^3\cdot(\frac{25}{39})^2=10\cdot(\frac{14}{39})^3\cdot(\frac{25}{39})^2=0.1901$$

תשובה: ההסתברות היא 0.1901 **.**

א. (1) נגדיר את הקבוצות הבאות

S - **קבוצת תלמידי שכבה י'**

A **- קבוצת התלמידים שנסעו לחו"ל,** $\overline{A}$ **- קבוצת התלמידים שלא נסעו לחו"ל**

B **- קבוצת התלמידים שסיימו את העבודה במועד,** $\overline{B}$ - **קבוצת התלמידים שלא סיימו את העבודה במועד**

C **- קבוצת הבנים,** $\overline{C}$ - **קבוצת הבנות**

<u>נתונים ומשמעויות</u>

$$P(A)=\frac{3}{13}\quad \rightarrow P(\overline{A})=\frac{10}{13}$$
$$P(B)=\frac{25}{52}\quad \rightarrow P(\overline{B})=\frac{27}{62}$$
$$P(B/A)=\frac{13}{36}\quad \rightarrow P(\overline{B}/A)=\frac{23}{36}$$

<u>פיתוח נוסחאות של הסתברות מותנית</u>

$$P(B/A)=\frac{P(B\cap A)}{P(A)}$$
$$\frac{13}{36}=\frac{P(B\cap A)}{\frac{3}{13}}$$
$$P(B\cap A)=\frac{1}{12}$$

נמצא מהי ההסתברות שהדר נסע בחופשה לחו"ל, אם ידוע כי סיים את העבודה במועד שנקבע.

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{1}{12}}{\frac{25}{52}}=\frac{13}{75}$$

תשובה: ההסתברות היא $\frac{13}{75}$ **.**

(2) נבדוק האם יש קשר סטטיסטי בין הנסיעה לחו"ל לבין הגשת העבודה במועד.

$$P(B/A)=\frac{13}{75}\quad \neq \quad P(B)=\frac{25}{30}$$

כלומר $P(B/A)\neq P(B)$ **ומכאן שקיים קשר סטטיסטי,**

ויש לכאורה אפשרות להניח שהנסיעה לחו"ל מעלה את הסיכוי לאי הגשה במועד,

כי שיעור המגישים במועד מבין הנוסעים לחו"ל קטן משיעור המגישים במועד.

אולם כמובן ייתכנו גורמים מתווכים נוספים (כמו מין התלמיד, אהבתו למקצוע, ממוצע ציוניו ועוד).

תשובה: קיים קשר סטטיסטי כי $P(B/A)\neq P(B)$ **.**

ב. נבדוק את קיום הקשר הסטטיסטי בכל אחת מהטבלאות.

בנים

	נסעו לחו"ל	לא נסעו לחו"ל
סיימו את העבודה במועד	9	54
לא סיימו את העבודה במועד	3	18

בנות

	נסעו לחו"ל	לא נסעו לחו"ל
סיימו את העבודה במועד	4	8
לא סיימו את העבודה במועד	20	40

בקרב הבנים - C
$P(B)=\frac{N(B)}{N(C)}=\frac{63}{84}=0.75$
$P(B/A)=\frac{N(B\cap A)}{N(A)}=\frac{9}{12}=0.75$

בקרב הבנות - $\overline{C}$
$P(B)=\frac{N(B)}{N(C)}=\frac{12}{72}=\frac{1}{6}$
$P(B/A)=\frac{N(B\cap A)}{N(A)}=\frac{4}{24}=\frac{1}{6}$

הן בקרב הבנים והן בקרב הבנות אין קשר סטטיסטי בין הנסיעה לחו"ל לבין ההגשה במועד.

הנתונים הנוספים עשויים לסתור את טענת המנהלת,

וההסבר הוא כי המיגדר היה גורם מתווך, ובשל הצמדת גורמים התגלה קשר סטטיסטי בנתונים הראשוניים.

תשובה: הנתונים הנוספים עשויים לסתור את טענת המנהלת, כי לאחר שהפרדנו אותם בהתאם למיגדר התלמיד, לא התגלה קשר סטטיסטי.