א. נתון כי מחירו של מכשיר מדגם א' x שקלים ומחירו של מכשיר מדגם ב' y שקלים

יוסי קנה מהחברה 5 מכשירים מדגם א' ו- 7 מכשירים מדגם ב'.

לכן, המחיר הכולל ששילם יוסי הוא: $5\cdot x+7\cdot y$.

תשובה: $5x+7y$.

ב. (1) מחירו של מכשיר מדגם א' הוזל ב- 400 שקלים ולכן מחירו לאחר ההוזלה היה: $x-400$.

מחירו של מכשיר מדגם ב- הוזל ב- 20% ולכן מחירו היה: $\frac{100-20}{100}\cdot y=0.8y$

תשובה: לאחר ההוזלה: מחיר מכשיר מדגם א' $x-400$ ומחיר מכשיר מדגם ב' $0.8y$.

(2) הסכום הכולל שהיה יוסי משלם, לו היה רוכש את המכשירים לאחר ההוזלה:

$5\cdot(x-400)+7\cdot 0.8y=5x-2000+5.6y$**.**

תשובה: $5x-2000+5.6y$**.**

ג. יוסי שילם עבור המכשירים שרכש (לפני המבצע) $40,400$ שקלים, כלומר $5x+7y=40,400$

אילו היה רוכש את המכשירים בזמן המבצע היה משלם $33,920$ שקלים, כלומר $5x-2000+5.6y=33,920$.

נפתור את מערכת המשוואות המתאימה:

$$\begin{cases}5x+7y=40,400\\5x-2000+5.6y=33,920\end{cases}$$

$$\begin{cases}5x+7y=40,400\\5x+5.6y=35,920 \quad /\cdot(-1)\end{cases}$$

$$+\begin{cases}5x+7y=40,400\\-5x-5.6y=-35,920 \quad /\cdot(-1)\end{cases}$$

$$1.4y=4480 \quad /:1.4$$

$$\boxed{y=3,200}$$

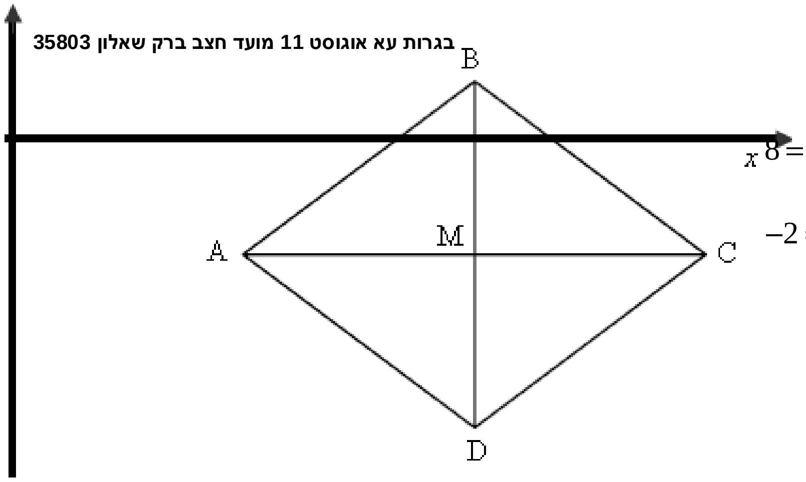
$$5x+7\cdot 3,200=40,400$$

$$5x+22,400=40,400$$

$$5x=18,000$$

$$\boxed{x=3,600}$$

תשובה: מחירו המקורי של מכשיר מדגם א' הוא $3,600$ שקלים ושל מכשיר מדגם ב' $3,200$ שקלים.



א. אלכסוני המעוין חוצים זה את זה.

$$\left.\begin{array}{l} 8=\dfrac{8+x_{\text{D}}}{2} \quad \rightarrow 16=8+x_{\text{D}} \quad \rightarrow x_{\text{D}}=8 \\ -2=\dfrac{1+y_{\text{D}}}{2} \quad \rightarrow -4=1+y_{\text{D}} \quad \rightarrow y_{\text{D}}=-5 \end{array}\right\} \boxed{\text{D}(8,-5)}$$

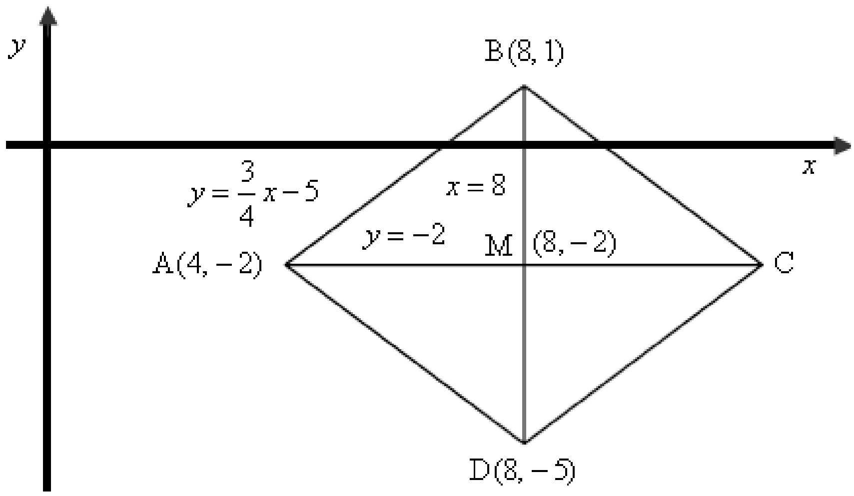
תשובה: $\text{D}(8,-5)$.

ב. נתון כי האלכסון AC **מקביל לציר ה-** x .

לכן משוואתו היא של פונקציה קבועה,

בהתאם לשיעור ה- y **של הנקודה** $\text{M}(8,-2)$.

תשובה: משוואת האלכסון AC **היא** $y=-2$.



ג. משוואת הצלע AB **היא** $y=\frac{3}{4}x-5$.

נציב $y=-2$ **במשוואת הצלע ,**

$$-2=\frac{3}{4}x-5$$

$$3=\frac{3}{4}x \quad /:\frac{3}{4}$$

$$x=4 \quad \rightarrow \boxed{\text{A}(4,-2)}$$

תשובה: $\text{A}(4,-2)$

ד. שטח המעוין הוא מכפלת שטח המשולש AMB **פי** 4 **,**

כי ארבעת המשולשים חופפים זה לזה.

שטח משולש הוא מחצית מכפלת צלע בגובה שלה.

נשים לב כי שני האלכסונים מקבילים לצירים (מאונכים זה לזה), ולכן חישוב אורכיהם פשוט.

$$d_{\text{AM}}=8-4=4$$

$$d_{\text{BM}}=1-(-2)=3$$

$$S_{\Delta\text{AMB}}=\frac{4\cdot 3}{2}=6 \quad \rightarrow S_{\Delta\text{AMB}}=6$$

$$S_{\text{ABCD}}=6\cdot 4=24$$

תשובה: שטח המעוין ABCD **הוא** 24 **יח"ר.**

א. הישר $y=\frac{4}{3}x+8$ **חותך את ציר ה-** x **בנקודה** A **ואת ציר ה-** y **בנקודה** B.

(1) בנקודה A **מתקיים** $y=0$ **:**

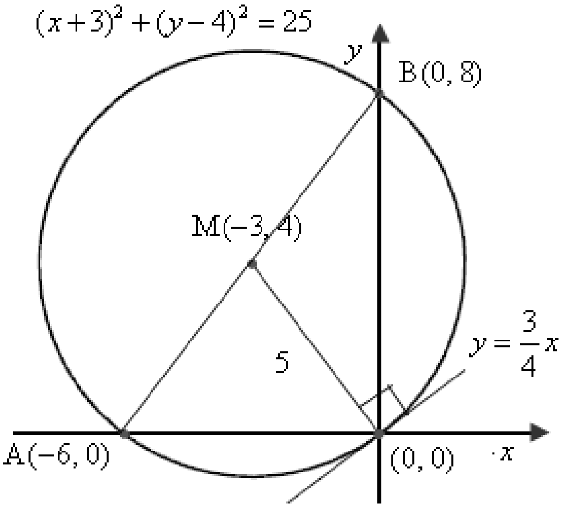
$$0=\frac{4}{3}x+8 \quad \to -\frac{4}{3}x=8 \quad /:(-\frac{4}{3})$$
$$x=-6 \quad \to \mathrm{A}(-6,0)$$

בנקודה B **מתקיים** $x=0$ **:**

$$y=\frac{4}{3}\cdot 0+8 \quad \to y=8 \quad \to \mathrm{B}(0,8)$$

מרכז המעגל הוא אמצע הקוטר AB.

$$\left.\begin{array}{l} x_{\mathrm{M}}=\dfrac{x_{\mathrm{A}}+x_{\mathrm{B}}}{2}=\dfrac{-6+0}{2}=-3 \\ y_{\mathrm{M}}=\dfrac{y_{\mathrm{A}}+y_{\mathrm{B}}}{2}=\dfrac{0+8}{2}=4 \end{array}\right\} \boxed{\mathrm{M}(-3,4)}$$



תשובה: שיעורי מרכז המעגל הם $(-3,4)$.

(2) נמצא את רדיוס המעגל

$$R=d_{\mathrm{MB}}=\sqrt{(-3-0)^2+(4-8)^2}=\sqrt{25}=5$$

תשובה: משוואת המעגל היא

ב. נבדוק האם ראשית הצירים $(0,0)$ **מקיימת את משוואת המעגל**

$$(0-3)^2+(0-4)^2=25 \quad \to 25=25 \quad o.k.$$

תשובה: המעגל עובר דרך ראשית הצירים.

ג. המשיק מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה.

נמצא את שיפוע הרדיוס לראשית הצירים:

$$m=\frac{4-0}{-3-0}=-\frac{4}{3}$$

ולכן על פי תנאי ניצבות $-\frac{4}{3}m_{mashik}=-1 \quad \to m_{mashik}=\frac{-1}{-\frac{4}{3}} \quad \to m_{mashik}=\frac{3}{4}$

משוואת המשיק היא: $y-0=\frac{3}{4}(x-0) \quad \to \boxed{y=\frac{3}{4}x}$

תשובה:משוואת המשיק למעגל בראשית הצירים היא $y=\frac{3}{4}x$.

נכתב ע"י עפר ילין

א. נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x}{2}-\frac{8}{x}$.

תחום ההגדרה הוא $x\neq 0$ **כי** $x=0$ **מאפס את המכנה.**

תשובה: תחום הגדרה: $x\neq 0$.

ב. בנקודת החיתוך עם ציר ה- x **מתקיים** $y=0$

$$0=\frac{x}{2}-\frac{8}{x}\quad /\cdot 2x$$
$$0=x^2-16$$
$$16=x^2$$
$$x=\pm 4$$

תשובה: $(-4,0)\,,\,(4,0)$

ג. נראה שלפונקציה אין נקודות קיצון.

$$\boxed{f(x)=\frac{x}{2}-\frac{8}{x}}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{1}{2}+\frac{8}{x^2}}$$

$$0=\frac{1}{2}+\frac{8}{x^2}\quad\rightarrow 0=x^2+16\quad\rightarrow x^2=-16$$

אין פתרון ואין נקודות קיצון.

תשובה: הוּכַח.

ד. נבנה טבלה לזיהוי ותחומי עלייה וירידה

$$f'(-1)=\frac{1}{2}+\frac{8}{(-1)^2}=8.5>0,\quad f'(1)=\frac{1}{2}+\frac{8}{1^2}=8.5>0$$

x	1	0	-1
y'	**+**		**+**
מסקנה	**Z**		**Z**

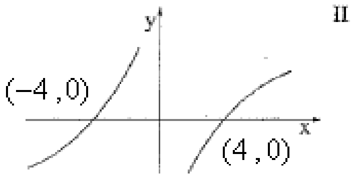
תשובה: הפונקציה עולה עבור $x>0$ **או** $x<0$ **, כלומר בכל תחום שבו היא מוגדרת.**

ה. נמצא את נקודת ההשקה: $f(2)=\frac{2}{2}-\frac{8}{2}=-3 \quad \rightarrow (2,-3)$

נמצא את שיפוע המשיק: $f'(2)=\frac{1}{2}+\frac{8}{2^2}=2.5 \quad \rightarrow m=2.5$

נמצא את משוואת המשיק $y-(-3)=2.5(x-2) \quad \rightarrow y+3=2.5x-5 \quad \rightarrow \boxed{y=2.5x-8}$

תשובה: משוואת המשיק היא $y=2.5x-8$ **.**



ו. גרף II **מתאר את הפונקציה** $f(x)$ **, על פי סעיפים א-ד,**

כי הפונקציה עולה עבור $x>0$ **או** $x<0$ **,**

חותכת את ציר ה- x **בנקודות** $(4,0)$, $(-4,0)$ **,**

ולא מוגדרת עבור $x=0$ **.**

תשובה: גרף II **.**

א. (1) נתונה הפונקציה $f(x) = -2x^2 + 3x + 2$.

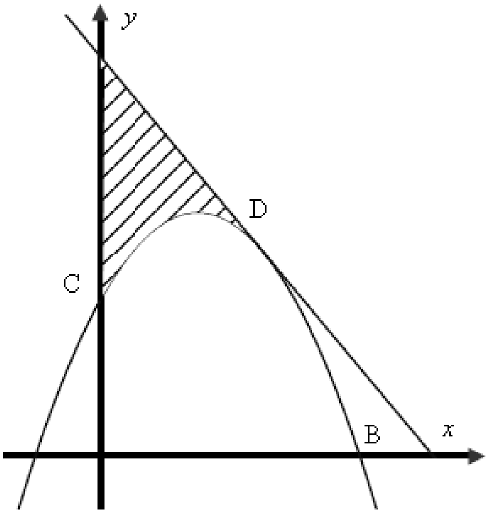
בנקודה C **שעל ציר ה-** y **מתקיים** $x = 0$ **ולכן שיעוריה** (2

בנקודה B **שעל ציר ה-** x **מתקיים** $y = 0$ **ולכן** $x^2 + 3x + 2$

$\frac{-3 \pm 5}{-4} \quad \rightarrow x_1 = \frac{-3+5}{-4} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}, \quad x_2 = \frac{-3-5}{-4} = \frac{-8}{-4} = 2$

על פי הציור שיעור ה- x **של הנקודה** B **חיובי ולכן שיעורי**

תשובה: B(2, 0) **,** C(0, 2) **.**



(2) נמצא את שיפוע הישר BC **.**

$m_{BC} = \frac{2-0}{0-2} = -1$ **.**

תשובה: שיפוע הישר BC **הוא** -1 **.**

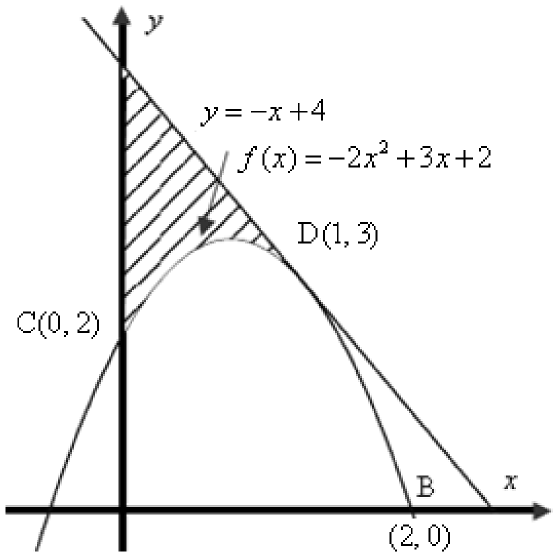
ב. (1) נמצא את שיעורי נקודת ההשקה, כאשר $f'(x_D) = -1$ **, כי לישרים מקבילים שיפועים שווים.**

$f'(x) = -4x + 3$

$-1 = -4x + 3 \quad \rightarrow 4x = 4$

$x = 1 \quad \rightarrow y = -2 \cdot 1^2 + 3 \cdot 1 + 2 = 3$

תשובה: D(1, 3)



(2) נמצא את משוואת המשיק עבור: D(1, 3) **,** $m = -1$

$y - 3 = -1(x - 1)$

$y - 3 = -x + 1$

$\boxed{y = -x + 4}$

תשובה: משוואת המשיק היא $y = -x + 4$ **.**

ג. נחשב את השטח המקווקו בציור. הפרש הפונקציות הוא :

$-x + 4 - (-2x^2 + 3x + 2) = -x + 4 + 2x^2 - 3x - 2 = 2x^2 - 4x + 2$

	S
פונקציה עליונה	$y = -x + 4$
פונקציה תחתונה	$f(x) = -2x^2 + 3x + 2$
x **גדול**	$x = 1$
x **קטן**	$x = 0$

$S = \int_0^1 (2x^2 - 4x + 2)\, dx$

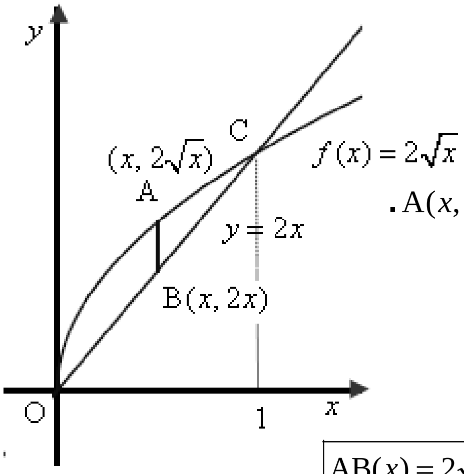
$S = \frac{2x^3}{3} - \frac{4x^2}{2} + 2x \Big]_0^1$

$S = (\frac{2 \cdot 1^3}{3} - \frac{4 \cdot 1^2}{2} + 2 \cdot 1) - (\frac{2 \cdot 0^3}{3} - \frac{4 \cdot 0^2}{2} + 2 \cdot 0)$

$\boxed{S = \frac{2}{3}}$

תשובה: $\frac{2}{3}$ **יח"ר.**

נכתב ע"י עפר ילין



א. נסמן את שיעור ה- x **של הנקודה** B **ב-** x **.**

לכן שיעורי הנקודה B **הנמצאת על גרף הישר** $y=2x$ **הם** $\mathrm{B}(x,2x)$ **.**

הישר AB **מקביל לציר ה-** y **ולכן** $x_{\mathrm{A}}=x_{\mathrm{B}}=x$ **,**

לכן שיעורי הנקודה A **הנמצאת על גרף הפונקציה** $f(x)=2\sqrt{x}$ **הם** $\mathrm{A}(x,2\sqrt{x})$ **.**

$$\mathrm{AB}=y_{\mathrm{A}}-y_{\mathrm{B}}$$

$$\boxed{\mathrm{AB}=2\sqrt{x}-2x}$$

תשובה: $\mathrm{AB}=2\sqrt{x}-2x$ **.**

ב. (1) הפונקציה שיש להביא *למקסימום* היא *אורך הקטע* AB **:** $\boxed{\mathrm{AB}(x)=2\sqrt{x}-2x}$

נמצא את שיעור ה- x **של הנקודה** C **, שכן** $0<x<x_{\mathrm{C}}$

$2\sqrt{x}=2x \rightarrow \sqrt{x}=x \rightarrow x=x^2 \rightarrow x-x^2=0 \rightarrow x(1-x)=0$ **ולכן :**

$$\mathrm{AB}'(x)=\frac{2}{2\sqrt{x}}-2$$

$$\boxed{\mathrm{AB}'(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}-2}$$

$$0=\frac{1}{\sqrt{x}}-2 \rightarrow 0=1-2\sqrt{x}$$

$$2\sqrt{x}=1 \rightarrow \sqrt{x}=0.5 \qquad (\,)^2$$

$$\boxed{x=0.25}$$

נבנה טבלה לזיהוי סוג הקיצון:

$$\mathrm{AB}'(0.2)=\frac{1}{\sqrt{0.2}}-2=0.24>0,\ \ \mathrm{AB}'(0.3)=\frac{1}{\sqrt{0.3}}-2=-0.17<0$$

x	0.3	0.25	0.2
$\mathrm{P}'(x)$	-	0	+
מסקנה	↘	**Max**	↗

תשובה: עבור $x=0.25$ **אורך הקטע** AB **הוא מקסימלי.**

(2) שיעורי הנקודה $\mathrm{A}(0.5,2\sqrt{0.25}) \rightarrow \mathrm{A}(0.5,1)$ **ושיעורי הנקודה** $\mathrm{B}(0.25,2\cdot 0.25) \rightarrow \mathrm{B}(0.25,0.5)$

לכן, $\mathrm{AB}=1-0.5=0.5$

תשובה: האורך המקסימלי של הקטע AB **הוא** 0.5 .

נכתב ע"י עפר ילין